

## Au Sommaire :

- Logiciels de cadrans solaires
- Cadrans bifilaires

- Histoire

Cadran de l'abbaye de Beauport.  
La navicula de Venetiis.  
Disques gnomoniques antiques.  
Cadran d'Afrique byzantine.  
La méthode "Miraval".

- Réalisations

Cadran universel.  
Cadran sur vitrail.  
Méridiennes.

- Découvertes

L'octaèdre du Ferraud.  
Cadrans de Dardagny.

- Etudes

Incertitudes et précision des  
cadrans solaires.  
Problème du cadran de Sorède.  
Déchiffrement devises.  
Cadrans sphériques.  
Indicateur solaire chinois.

- Informations

Nouveaux Cadrans, Cadrans à  
marées, Questions  
gnomoniques, Sociétés  
étrangères..





## Sommaire du N° 28

<b>Sommaire en allemand, anglais, espagnol, italien</b> : Traduction de Y.Opizzo, M.Lambalieu, D.Collin, R.Anselmi		1
<b><u>Incertitudes et précision des cadrans solaires</u></b> : Incertitudes de la lecture de l'heure sur les cadrans solaires.	☞ Aubry Gérard	10
<b><u>Méridiennes universelles "Cartesuis"</u></b> : Présentation de méridiennes universelles calculées avec le logiciel "Cartesuis".	☞ Anselmi Riccardo	21
<b><u>Cadrans pour utilisation universelle</u></b> : Cadran multiple pédagogique avec style unique pour utilisation universelle.	Brialix Michel	25
<b><u>Lignes horaires d'un bifilaire</u></b> : Nature des lignes horaires dans les cadrans solaires bifilaires à fils rectilignes"	☞ Collin Dominique	29
<b><u>Cadran à l'abbaye de Beauport</u></b> : Reconstitution d'un cadran à l'Abbaye de Beauport, à partir un fragment et recherches bibliographiques.	Cornec Jean-Paul	44
<b><u>Cadran sur vitrail</u></b> : technique de réalisation des vitraux.	Cottier Didier	59
<b><u>Cadrans sphériques</u></b> : Description des cadran sphériques, armillaires et cylindriques polaires.	Estivalet François	66
<b><u>Indicateur solaire chinois</u></b> : Description d'un objet en bois, nommé ici "indicateur solaire" et dont l'inclinaison de la table est fonction des saisons.	Guicheteau Claude	73
<b><u>L'octaèdre du Ferraud</u></b> : Etude d'un cadran solaire multi-face gravé sur bloc de calcaire et mis au jour au Ferraud, commune de Chaponost.	☞ Gagnaire Paul	82
<b><u>Tableurs pour formules gnomoniques</u></b> : Mise sur tableur Excel, de formules gnomoniques données dans les livres de Denis Savoie ou différents articles.	☞ Limousin Marc	98
<b><u>HUGO logiciel pour cadrans bifilaires</u></b> : Complément à l'étude sur les cadrans bifilaires horizontaux (Cadran-Info n°27), ici une version du logiciel (HUGO) pour Macintosh, fournissant des images pour des cadrans déclinants inclinés bifilaires à fils quelconques.	☞ Mercier Eric & Collin Dominique	101
<b><u>La navicula de Venetiis</u></b> : Principe de la navicula de Venetiis avec accès aux diaporamas des présentations.	☞ Massé Yvon	114
<b><u>Récréations gnomoniques</u></b> : Exemples d'intégration de formes gnomoniques dans des motifs artistiques.	☞ Robic Joël	121
<b><u>Logiciels de cadrans solaires</u></b> : Inventaires des logiciels ou tableurs permettant des tracés ou des calculs gnomoniques.	☞ Sauvageot Philippe	123

<b><u>Disques gnomoniques antiques</u></b> : Les disques de Berteaucourt-les-Dames et de Mérida sont-ils des méridiennes portatives ou des indicateurs de latitude ?		<b>Savoie Denis &amp; Marc Goutaudier</b>	<b>127</b>
<b><u>Problème du cadran de Sorède</u></b> : Analyse et recherche d'erreur sur le cadran géant de Sorède.		<b>Savoie Denis</b>	<b>133</b>
<b><u>Cadran d'Afrique byzantine du VI<sup>e</sup></u></b> : Enquête sur un cadran solaire chrétien et d'une table d'ombre de l'Afrique byzantine remontant à l'antiquité tardive, VI <sup>e</sup> siècle.		<b>Schneider Denis</b>	<b>139</b>
<b><u>Déchiffrement</u></b> : Informations pour déchiffrer ou décrypter quelques cadrans et inscriptions anciennes.	☞	<b>Scordia Jean</b>	<b>146</b>
<b><u>Cadrans de Dardagny</u></b> : Descriptions et histoires de cadrans à Dardagny (village suisse).	☞	<b>Tamarit François</b>	<b>152</b>
<b><u>La méthode "Miraval"</u></b> : Enquête sur la méthode utilisée pour le tracé de deux cadrans à Miraval, commune de Thuiles dans la vallée de l'Ubaye.		<b>Ugon Michel</b>	<b>155</b>
<b><u>Informations diverses</u></b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Dernières réalisations ou découvertes de cadrans (classiques, vitrail, originaux, heures de Nuremberg...),</li> <li>◦ Fonctionnement des cadrans de marées,</li> <li>◦ Coûts des cadrans de Sainte-Cécile (Albi)</li> <li>◦ Réalisation d'un cadran-cadeau</li> <li>◦ Cadran universelle de voyage,</li> <li>◦ Devise "La Grande Bretèche",</li> <li>◦ Gnomonique du monde.</li> </ul>	☞	Contributeurs : D.Benoit, L.Besson, P.J.Dallet, O.Escuder, P.Gagnaire, Cl. Gahon, J.Mahé, S.Malassiné, G.Oudenot, D.Savoie, D.Schneider, V&E Six, J.Theubet, Sociétés étrangères.	<b>160</b>

**En version numérique :**

- Fichier sous ".doc" : **Hyperlien à partir des titres soulignés**
- ☞ **Indique que l'étude détaillée ou le logiciel est inclus dans le dossier "annexe"**

**Couverture** : Cadran solaire réalisé suivant la technique du vitrail par Didier Cottier, Atelier Ombre-Jaille [www.ombrejaille.com](http://www.ombrejaille.com). (voir article p. 59)

## **CADRAN-INFO**

est un moyen de diffusion d'articles gnomoniques rédigés principalement par les membres de la commission des cadrans solaires de la SAF.

Il vient en complément des publications de la **Société Astronomique de France**: *L'Astronomie* avec son article mensuel concernant les cadrans solaires et *Observations & travaux* qui présentent épisodiquement des sujets concernant la gnomonique.

**CADRAN-INFO** regroupe la majorité des présentations faites lors de nos deux réunions annuelles ainsi que des articles reçus en cours d'année.

**CADRAN-INFO** est devenu au cours des années UNE référence en matière d'études, de techniques, de méthodes, pour certaines totalement inédites.

**CADRAN-INFO** paraît en mai et en octobre sous forme: papier (N&B ou en couleurs) et CD (les N°s 1 à 5 sont des numérisations des tirages papier).

A partir du N° 11, la version CD comprend des annexes (logiciels, documents...)

La liste des articles parus depuis le premier numéro est disponible sur demande.

Dans un souci d'échanges de connaissances et d'informations, **CADRAN-INFO** est offert aux autres associations gnomoniques (Allemagne, Angleterre, Autriche, Belgique, Canada, Espagne, Hollande, Italie, Japon, USA, Suisse).

Ph. Sauvageot

Président de la commission des cadrans solaires

- ◆ Les articles sont présentés par ordre alphabétique des auteurs (ou en fonction de la composition du bulletin). Le contenu est sous la responsabilité de l'auteur.
- ◆ Les auteurs qui souhaiteraient que leurs articles soient réservés exclusivement aux revues *L'Astronomie* ou *Observations Travaux* devront le préciser dans leur envoi.
- ◆ Les auteurs doivent obligatoirement indiquer leurs sources ou références si le sujet a déjà fait l'objet d'articles ou de communications récents.
- ◆ Toute reproduction totale ou partielle des présents articles ne peut se faire qu'avec l'accord des auteurs.
- ◆ Les articles, documents, photos... ne sont pas retournés après publication.

◆ Les articles sont à envoyer à Ph. Sauvageot par mail ou sur CDrom/DVD PC (sous .doc, .docx, Excel, ET sous PDF) éventuellement sur papier. **Police : "Times New Roman", taille: 12, marges : 2,5 avec en-tête et pied de page. Pour les formules ne pas utiliser "symbole" mais insertion "caractères spéciaux" sous Times New Roman.**

Pour tout renseignement :

Ph. SAUVAGEOT, 7, rue de Gloriette, 91640 Vaugrigneuse : [sauvageotph@wanadoo.fr](mailto:sauvageotph@wanadoo.fr)  
ou à la SAF, 3, rue Beethoven, 75016 PARIS.

*Aucun caractère publicitaire dans nos articles ou informations*



## D : Inhaltsverzeichnis Cadran-Info n° 28

<b>Inhaltsverzeichnis auf Deutsch, Englisch, Spanisch, Italienisch:</b> Übersetzungen von Y.Opizzo, M.Lambalieu, D.Collin, R.Anselmi	
<b>Unsicherheiten und Präzision von Sonnenuhren:</b> Unsicherheiten im Ablesen der Uhrzeit mit Sonnenuhren.	Aubry Gérard
<b>Universale Meridiane „Cartesuis“:</b> Vorstellung von mit der Software „Cartesuis“ berechneten universalen Meridianen.	Anselmi Riccardo
<b>Sonnenuhr für universale Nutzung:</b> Mehrfache didaktische Sonnenuhr mit einem einzigen Zeiger für universale Nutzung.	Brialix Michel
<b>Stundenlinien einer bifilaren Sonnenuhr:</b> Eigenschaften der	Collin Dominique

Stundenlinien in den Bifilaren Sonnenuhren mit geraden Fäden.	
<b>Sonnenuhr in der Abtei von Beauport:</b> Wiederherstellung einer Sonnenuhr in der Abtei von Beauport, ab einem Stückchen und bibliographischen Recherchen.	<b>Cornec Jean-Paul</b>
<b>Sonnenuhr auf Fenster:</b> technische Realisierung	<b>Cottier Didier</b>
<b>Sphärische Sonnenuhren:</b> Beschreibung von Sphärischen, Armillaren und Zylindrischen Polarsonnenuhren.	<b>Estivalet François</b>
<b>Chinesische Sonnenzeiger:</b> Beschreibung eines Holzobjektes, hier Sonnenzeiger genannt, wo die Neigung der Fläche von den Jahreszeiten abhängt.	<b>Guicheteau Claude</b>
<b>Der Oktaeder des Ferraud:</b> Studie einer auf einem Kalkbrocken eingravierten Multiflächen-Sonnenuhr in der Gemeinde Chaponost, Ferraud.	 <b>Gagnaire Paul</b>
<b>Tabelle für gnomonische Formeln:</b> Mit der Tabelle Excel, gnomonische Formeln aus den Büchern von Denis Savoie oder verschiedenen Artikeln.	 <b>Limousin Marc</b>
<b>HUGO, Software für bifilare Sonnenuhren:</b> Erweiterung zur Studie der waagerechten Bifilaren Sonnenuhren (Cadran-Info n°27), hier eine Version der Software (HUGO) für Macintosh, die Bilder von deklinierenden, inklinierten Bifilaren Sonnenuhren mit beliebigen Fäden ergibt.	 <b>Mercier Eric &amp; Collin Dominique</b>
<b>Die Navicula von Venetiis:</b> Prinzip der Navicula von Venetiis mit Zugang zu Diaporamen der Präsentationen.	 <b>Massé Yvon</b>
<b>Gnomonische Pausen:</b> Beispiele von Integrationen von gnomonischen Formen in künstlerischen Motiven.	 <b>Robic Joël</b>
<b>Sonnenuhren Software:</b> Inventar der Software oder Tabellen, die gnomonische Zeichnungen oder Berechnungen erlauben.	 <b>Sauvageot Philippe</b>
<b>Antike gnomonische Scheiben:</b> Sind die Scheiben von Berteaucourt-les-Dames und von Mérida tragbare Meridiane oder Breitengrad-Weiser?	<b>Savoie Denis &amp; Marc Goutaudier</b>
<b>Problem der Sonnenuhr von Sorède:</b> Analyse und Fehlersuche auf der riesigen Sonnenuhr von Sorède.	<b>Savoie Denis</b>
<b>Sonnenuhr aus dem byzantinischen Afrika des 6. Jh.:</b> Untersuchung über eine christliche Sonnenuhr und eines Schattentisches in dem byzantinischen Afrika der Spätantike, 6. Jh.	<b>Schneider Denis</b>
<b>Entzifferung:</b> Informationen, um einige Sonnenuhren und alte Gravuren zu entziffern.	 <b>Scordia Jean</b>
<b>Sonnenuhren aus Dardagny:</b> Beschreibung und Geschichte der Sonnenuhren in Dardagny (schweizerisches Dorf).	 <b>Tamarit François</b>
<b>Die Methode "Miraval":</b> Untersuchung der Methode, die für die Zeichnung von zwei Sonnenuhren in Miraval, Gemeinde von Thuiles (Ubaye Tal) benutzt wurde.	<b>Ugon Michel</b>

<p><b>Verschiedene Informationen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Neueste Realisationen oder Entdeckungen von Sonnenuhren (klassische, Glas, eigenartig, Stunden von Nürnberg...)</li> <li>◦ Funktionsweise der Gezeitensonnenuhren</li> <li>◦ Preis der Sonnenuhren von Sainte-Cécile (Albi)</li> <li>◦ Realisation einer Geschenk Sonnenuhr</li> <li>◦ Universale Reise-Sonnenuhr</li> <li>◦ Spruch „La Grande Bretèche“</li> <li>◦ Welt-Gnomonik</li> <li>◦ Glasmalerei Sonnenuhr: Techniken</li> </ul>	<p> Mitarbeiter: D.Benoit, L.Besson, D.Cottier, P.J.Dallet, O.Escuder, P.Gagnaire, Cl. Gahon, J.Mahé, S.Malassiné, G.Oudenot, D.Savoie, D.Schneider, V&amp;E Six, J.Theubet, Ausländische Gesellschaften</p>
--	---

 Zeigt, dass die detaillierte Studie oder die Software in dem Ordner „Annexe“ der numerischen Version enthalten ist.



## E: Sumari Cadran-Info n° 2

<p><b>Sommaire en allemand, anglais, espagnol, italien</b> : Traduction de R.Kriegler, M.Lambalieu, D.Collin, R.Anselmi</p>	
<p><b>Incertidumbres y precisión de los relojes de sol</b>: Incertidumbres de la lectura de la hora sobre los relojes de sol.</p>	<p> Aubry Gérard</p>
<p><b>Meridianas universales "Cartesuis"</b>: Presentación de meridianas universales calculadas con el programa informático "Cartesuis".</p>	<p> Anselmi Riccardo</p>
<p><b>Relojes de sol para utilización universal</b>: reloj de sol múltiple pedagógica con estilo único para utilización universal.</p>	<p>Brialix Michel</p>
<p><b>Líneas horarias de un bifilar</b>: naturaleza de las líneas horarias en los relojes de sol bifilares a hijos(hilos) rectilíneos.</p>	<p> Collin Dominique</p>
<p><b>Reloj de sol a la abadía de Beauport</b>: reconstitución de una esfera a la Abadía de Beauport, a irse un fragmento y investigaciones bibliográficas.</p>	<p>Cornec Jean-Paul</p>
<p><b>Reloj de sol en vidrio de color</b> : técnica de fabricación</p>	<p>Cottier Didier</p>
<p><b>Reloj de sol esféricas</b>: descripción de los relojes de sol esféricas, armillaires y cilíndricos polares.</p>	<p>Estivalet François</p>
<p><b>Indicador solar chino</b>: descripción de un objeto de madera y nombrado aquí " indicador solar " y cuya inclinación de la mesa depende de temporadas.</p>	<p>Guicheteau Claude</p>
<p><b>El octaedro de Ferraud</b>: estudio de un reloj de sol multicara grabado en bloque de caliza y dado a luz en Ferraud, municipio de Chaponost.</p>	<p> Gagnaire Paul</p>
<p><b>Hojas de cálculo para fórmulas gnomónicas</b>: puesta sobre hoja de cálculo Excel, de fórmulas gnomónicas dadas en los obras de Denis Savoie o diferentes artículos.</p>	<p> Limousin Marc</p>
<p><b>HUGO software para esferas bifilares</b>: complemento al estudio sobre</p>	<p> Mercier Eric &amp; Collin</p>

las reloj de sol bifilares horizontales (Cadran-Info n°27), aquí una versión del software (HUGO) para Macintosh, abasteciendo de imágenes para reloj de sol decaídas inclinadas bifilares a hilos cualesquiera.		Dominique
<b>El navicula de Venetiis:</b> principio del navicula de Venetiis con acceso a los diaporamas de las presentaciones.	☞	Massé Yvon
<b>Recreos gnomónicos:</b> ejemplos de integración de formas gnomónicas en motivos artísticos.	☞	Robic Joël
<b>Softwares de relojes de sol:</b> inventarios de los softwares o las hojas de cálculo que permiten trazados o cálculos gnomónicos.	☞	Sauvageot Philippe
<b>Discos gnomónicos antiguos:</b> ¿ los discos de Berteaucourt-les-Dames y de Mérida son unas meridianas portátiles o indicadores de latitud?		Savoie Denis & Marc Goutaudier
<b>Problema del reloj de sol de Sorède:</b> análisis e investigación de error sobre el reloj de sol gigante de Sorède.		Savoie Denis
<b>Esfera de África bizantina del VI:</b> investiga sobre un reloj de sol cristiano y de una mesa de sombra de África bizantina que sube a la antigüedad tardía, siglo VI.		Schneider Denis
<b>Desciframiento:</b> informaciones para descifrar o descifrar algunas esferas e inscripciones antiguas.	☞	Scordia Jean
<b>Reloj de sol de Dardagny:</b> descripciones e historias de relojes de sol en Dardagny (pueblo suizo).	☞	Tamarit François
<b>El método " Miraval ":</b> investiga sobre el método utilizado para el trazado de dos relojes de sol en Miraval, municipio de Thuiles en el valle de Ubaye.		Ugon Michel
<b>Distinta información</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ Últimas realizaciones o descubrimientos de cuadrantes (clásicos, cuadrante sobre vidriera: técnica de realización, originales, horas de Nuremberg...),</li> <li>◦ Funcionamiento de los cuadrantes de mareas,</li> <li>◦ Costes de los cuadrantes de Santa-Cécile (Albi)</li> <li>◦ Realización de un cuadrante-regalo</li> <li>◦ Cuadrante universal de viaje,</li> <li>◦ Divisa "el Gran Bretèche",</li> <li>◦ Gnomonique del mundo.</li> </ul>	☞	Contribuidores: D.Benoit, L.Besson, D.Cottier, P.J.Dallet, O.Escuder, P.Gagnaire, Cl. Gahon, J.Mahé, S.Malassinét, G.Oudenot, D.Savoie, D.Schneider, V&E Six, J.Theubet, Sociétés étrangères.

☞ Indicado que el estudio detallado o el programa informático se incluyen en el archivo "Anexo" de la versión numérica.



## GB : Contents Cadran-Info n° 28

<b>Sommaire en allemand, anglais, espagnol, italien :</b> Traduction de R.Kriegler, M.Lambalieu, D.Collin, R.Anselmi	
--	--

<b>Sundials uncertainties and sundials accuracy</b> : Uncertainties on the reading of hours on sundials.	 Aubry Gérard
<b>"Cartesius" universal meridians</b> : presentation of universal meridians computed with "Cartesius" software.	 Anselmi Riccardo
<b>Sundials intended to universal use</b> : multiple sundial with unique style for teaching for universal use.	Brialix Michel
<b>Lines of hours of a bifilar sundial</b> : Nature of hour-lines of bifilar sundials made with rectilinear lines.	 Collin Dominique
<b>Beauport abbey sundial</b> : Reconstruction of a sundial at Beauport Abbey, starting from a fragment and bibliographical searches aid.	Cornec Jean-Paul
<b>Sundial on stained-glass</b> : how to make stained-glass windows	Cottier Didier
<b>Spherical sundials</b> : Description of spherical, armillary and cylindrical sundials.	Estivalet François
<b>Chinese solar indicator</b> : Description of a wooden object, named here "solar indicator", which table tilting is related to seasons.	Guicheteau Claude
<b>Ferraud octahedron</b> : study of a multi-faces sundial engraved on a limestone block and uncovered at Ferraud, Chaponpost district.	 Gagnaire Paul
<b>Spreadsheet program for gnomonical formulae</b> : Translation with Excel spreadsheet of formulae found in Denis Savoie's books or miscellaneous articles.	 Limousin Marc
<b>"Hugo" software for bifilar sundials</b> : add-on to the study of horizontal bifilar sundials (cadran-info N°27). This article is a Macintosh version for declining sloping.	 Mercier Eric & Collin Dominique
<b>Venetiis Navicula</b> : Principle of Venetiis navicula with access to presentation slides.	 Massé Yvon
<b>Gnomonical entertainment</b> : Examples of embedding gnomonical shapes into artistic patterns.	 Robic Joël
<b>Softwares for sundials designing</b> : Inventory for softwares or spreadsheets enabling gnomonical designs or computations.	 Sauvageot Philippe
<b>Antique gnomonical disks</b> : Are Berteaucourt-les-Dames and Mérida disks portable meridian sundials or latitude indicators?	Savoie Denis & Marc Goutaudier
<b>Problem about Sorède sundial</b> : analysis and search for errors on the giant Sorède sundial.	Savoie Denis
<b>Byzantine Africa Sundial of the VI th century</b> : investigation on a Christian sundial and a dated late antiquity of a Byzantine Africa. VI th century shadow table .	Schneider Denis
<b>Decoding</b> : Information enabling decoding or deciphering of some sundials and old inscriptions.	 Scordia Jean
<b>Dardagny sundials</b> : Descriptions and sundials stories of Dardagny	 Tamarit François

(Swiss village).		
<b>"Miraval" method</b> : Investigation on the design method of two sundials at Miraval, Thuiles district, UBaye valley.		<b>Ugon Michel</b>
<b>Various information</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>° Latest sundials makings or discoveries (classical, stained-glass, odd, Nurember hours...),</li> <li>° Tides indicators functioning,</li> <li>° Sainte-Cecile (Albi) sundials costs</li> <li>° Gift-sundial making</li> <li>° Travelling universal sundial,</li> <li>° Motto "La Grande Bretèche",</li> <li>° Gnomonical information of the world.</li> </ul>	☐	Contributeurs : D.Benoit, L.Besson, D.Cottier, P.J.Dallet, O.Escuder, P.Gagnaire, Cl. Gahon, J.Mahé, S.Malassinet, G.Oudenot, D.Savoie, D.Schneider, V&E Six, J.Theubet, Sociétés étrangères.

☐ Indique que l'étude détaillée ou le logiciel est inclus dans le dossier "annexe" de la version numérique.



## I: Indice Cadran-Info n° 28

<b>Sommario in tedesco, inglese, spagnolo, italiano</b> : Traduzione di R.Kriegler, M.Lambalieu, D.Collin, R.Anselmi		
<b>Incertezze e precisione dei quadranti solari</b> : Incertezze della lettura dell'ora sui quadranti solari.	☐	<b>Aubry Gérard</b>
<b>Meridiane universali con "Cartesius"</b> : Presentazione di meridiane universali calcolate con il software "Cartesius".	☐	<b>Anselmi Riccardo</b>
<b>Quadranti di utilizzo universale</b> : Quadrante multiplo pedagogico con stilo unico per l'utilizzo universale.		<b>Brialix Michel</b>
<b>Linee orarie di una bifilare</b> : Natura delle linee orarie nei quadranti solari bifilari a fili rettilinei"	☐	<b>Collin Dominique</b>
<b>Quadrante a l'abbazia di Beauport</b> : Ricostruzione di un quadrante a l'Abbazia di Beauport, partendo da un frammento e da ricerche bibliografiche.		<b>Cornec Jean-Paul</b>
<b>Meridiana Virail</b> : realizzazione tecnica		<b>Cottier Didier</b>
<b>Quadranti sferici</b> : Descrizione dei quadranti sferici, armillari e cilindrici polari.		<b>Estivalet François</b>
<b>Indicatore solare cinese</b> : Descrizione di un oggetto di legno, qui nominato "indicatore solare" la cui inclinazione della tavola è funzione delle stagioni.		<b>Guicheteau Claude</b>
<b>L'ottaedro del Ferraud</b> : Studio di un quadrante solare multi -faccia inciso su di un blocco di calcare scoperto a Ferraud, comune di Chaponost.	☐	<b>Gagnaire Paul</b>
<b>Tabulato per formule gnomoniche</b> : Messo su tabulato Excel, gruppo	☐	<b>Limousin Marc</b>

di formule gnomoniche tratte dai libri di Denis Savoie o dai suoi articoli.	
<b>HUGO logiciel per quadranti bifilari</b> : Complemento allo studio sui quadranti bifilari orizzontali (Cadran-Info n°27), qui in una versione del logiciel (HUGO) per Macintosh, che fornisce delle immagini di quadranti bifilari declinanti inclinati a fili comunque orientati.	 <b>Mercier Eric &amp; Collin Dominique</b>
<b>La navicula de Venetiis</b> : Principio de la navicula de Venetiis con accesso alle diapositive ed audio delle presentazioni.	 <b>Massé Yvon</b>
<b>Ricreazioni gnomoniche</b> : Esempi d'integrazione di forme gnomoniche dentro motivi artistici.	 <b>Robic Joël</b>
<b>Logiciels (programmi) di quadranti solari</b> : Inventari dei logiciels o dei tabulatori che permettono di tracciare grafici o calcoli gnomonici.	 <b>Sauvageot Philippe</b>
<b>Dischi gnomonici antichi</b> : I dischi di Berteaucourt-les-Dames e di Mérida sono meridiane portatili o indicatori di latitudine ?	<b>Savoie Denis &amp; Marc Goutaudier</b>
<b>Problema del quadrante di Sorède</b> : Analisi e ricerca d'errore sull'quadrante gigante di Sorède.	<b>Savoie Denis</b>
<b>Quadrante dell'Africa bizantina del VI°</b> : Ricerca su un quadrante solare cristiano e su una tavola d'ombra dell'Africa bizantina risalente alla antichità tardiva, VI secolo.	<b>Schneider Denis</b>
<b>Decifrazione</b> : Informazioni per decifrare o decriptare alcuni quadranti ed antiche iscrizioni.	 <b>Scordia Jean</b>
<b>Quadranti di Dardagny</b> : Descrizioni e storie di quadranti a Dardagny (villaggio svizzero).	 <b>Tamarit François</b>
<b>Il metodo "Miraval"</b> : Ricerca sul metodo utilizzato per tracciare i due quadranti a Miraval, comune di Thuiles nella valle dell'Ubaye.	<b>Ugon Michel</b>
<b>Informazioni diverse</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>° Ultime realizzazioni o scoperte di quadranti (classici, su vetrata, originali, ore di Norimberga...),</li> <li>° Funzionamento dei quadranti delle maree</li> <li>° Costi dei quadranti di Santa-Cecilia (Albi)</li> <li>° Realizzazione di un quadrante-regalo</li> <li>° Quadrante universale di viaggio,</li> <li>° Motto "La Grande Bretèche",</li> <li>° Gnomonica del mondo.</li> </ul>	 <b>Contributori :</b> D.Benoit, L.Besson, D.Cottier, P.J.Dallet, O.Escuder, P.Gagnaire, Cl. Gahon, J.Mahé, S.Malassiné, G.Oudenot, D.Savoie, D.Schneider, V&E Six, J.Theubet, Sociétés étrangères.

 Indica che lo studio dettagliato o il logiciel è incluso nel dossier "annesso" della versione numerica.



## Incertitudes et précision des cadrans

Gérard Aubry

*Incertitudes sur les cadrans de précision ou précisions sur les incertitudes. La lecture de l'heure solaire, sur un cadran exécuté dans les règles de l'art, peut être entourée d'un certain doute sur sa véracité. Afin d'éviter toute équivoque sur cette information on se propose de donner ici un outil « normalisé » pour chiffrer cette incertitude.*

Les cadrans solaires (CS) traditionnels n'ont pas pour vocation d'indiquer l'heure à la seconde près. Pourtant, il existe des cadrans dits de précision – par qui ? pourquoi ? – et d'autres cadrans particuliers, méridiennes, héliochronomètres... qui flirtent avec ce qu'on appelle communément la « précision ». De plus, il n'y a pas un numéro de Cadran-Info où il ne soit question, à travers un article, d'erreurs de calculs, de justesse de tracé, d'exactitude ou toujours de précision. Cependant, dans ces exposés, il n'est pratiquement jamais fait allusion à l'incertitude finale que l'on peut accorder à l'indication de l'heure lue sur ces instruments.

« **Indiquer l'heure** » est pourtant la première fonction d'un CS et l'une des premières questions que pose le profane ou le néophyte devant un cadran solaire est : « Mais, cette heure vraie..., est-elle exacte ? »

Devant cet état de fait, il peut être intéressant d'aborder les CS sous leur aspect purement métrologique. En effet, ceux-ci sont des indicateurs de temps et à ce titre, ils font partie de la grande famille des instruments de mesure. Cette approche métrologique des CS peut permettre :

- ° De clarifier et d'employer un vocabulaire univoque concernant l'aspect métrologique.
- ° De proposer une méthode simple de détermination d'incertitude.
- ° D'avoir à disposition des outils reconnus pour apprécier tout type de mesurage qui concerne les CS, notamment pour déterminer la déclinaison gnomonique et accessoirement pour apprécier des mesures historiques - mesures effectuées par exemple au XVIII<sup>e</sup> siècle par des Lalande, Delambre ou autres astronomes...

Nous aborderons successivement :

- I. Le vocabulaire métrologique.
- II. La détermination d'incertitude adaptée à la gnomonique.
- III. L'application aux méridiennes.
- IV. L'application à la déclinaison gnomonique D.
- V. Annexe : Extrait du vocabulaire métrologique (VIM).

## I - VOCABULAIRE MÉTROLOGIQUE

Plutôt que de donner directement un vocabulaire peut-être indigeste, commençons par un petit questionnaire (QCM) permettant d'aborder les bonnes questions. Les réponses peuvent être consultées soit directement, soit en fin de QCM. Chaque nouveau terme souligné est explicité dans le vocabulaire normalisé donné en annexe, en fin d'article.

### PETIT QUIZ

#### CERTITUDES ET INCERTITUDES

1 - La métrologie est la science des mesurages<sup>1</sup> ; elle s'applique :

- ◆ Uniquement aux mesures dimensionnelles dont l'unité est le mètre.  A
- ◆ Aux aspects exclusivement théoriques y compris les incertitudes.  B
- ◆ Aux aspects théoriques et pratiques, dans tous les domaines.  C

2 - Avant de devenir une constante la vitesse de la lumière était mesurée à un mètre près ; quelle était alors l'incertitude sur son mesurage ?

- ◆ 1 m  A
- ◆ 2 m  B
- ◆ 0,5 m  C

3 - Pour déterminer le midi solaire, on a le choix entre un CS vertical, et une petite méridienne industrielle ; quel sera le mesurage le plus exact ?

- ◆ Le mesurage grâce au cadran solaire.  A
- ◆ Plutôt celui dû à la méridienne.  B
- ◆ Indéterminé.  C

4 - L'exactitude d'un cadran de précision peut être de :

- ◆ 1 min.  A
- ◆ 5 min.  B
- ◆ ne se chiffre pas  C

5 - Quelle différence y a-t-il entre précision et incertitude ?

- ◆ Il n'y en a pas.  A
- ◆ La précision : ça n'existe pas.  B
- ◆ La précision correspond à l'exactitude.  C

6 - La résolution d'une montre à affichage digital à la seconde est de :

- ◆ 2 s  A
- ◆ 1 s  B
- ◆ 0,5 s  C

---

<sup>1</sup> Mesurages ou mesures (pour les Français) .

7 - La résolution d'un réglet gradué au  $\frac{1}{2}$  mm et employé pour tracer un cadran est de :

- ◆ 0,25 mm  A
- ◆ 0,5 mm  B
- ◆ 1 mm  C

8 - On veut tracer un repère à 1 m d'un point origine sur un cadran avec un réglet de 500 mm dont l'incertitude est de 1 mm (fictif) en reportant 2 fois 500 mm. Quelle sera l'incertitude sur la longueur de 1 m ?

- ◆ 1 mm  A
- ◆ 1,5 mm  B
- ◆ 2 mm  C

9 - On veut mesurer la déclinaison gnomonique d'un mur vertical ; l'incertitude sur le résultat moyen sera divisée par 2 si on effectue :

- ◆ 2 mesurages  A
- ◆ 4 mesurages  B
- ◆ 9 mesurages  C

10 - L'incertitude de lecture du midi « vrai » sur la ligne midi solaire d'un CS horizontal est de 4 min. Après un éventuel déplacement du cadran, on effectue 4 mesurages. On trouve un décalage moyen de 1 min en plus, avec la même incertitude. Le cadran est-il à réaligner ?

- ◆ Oui  A
- ◆ Non  B
- ◆ On doute...  C



R. Robin, *Méridienne*, Musée Arts & Métiers, 1789

## REPONSES ET PRECISIONS ...

1 / **C** - voir vocabulaire. Devant la mondialisation, la métrologie internationale a fait un gros effort d'harmonisation, entre autres, sur le vocabulaire et la méthode de détermination d'incertitude : les principaux documents, accessibles en ligne, sont :

- le *Vocabulaire International de Métrologie VIM*
- le *Guide pour la détermination d'incertitude GUM (Guide to the expression of uncertainty in measurement)*.

2 / **A** - voir vocabulaire. La grandeur à mesurer, le mesurande est dans l'exemple la vitesse de la lumière. Le résultat de son mesurage donnait :

$$299\,792\,458 \text{ m/s} \pm 1 \text{ m/s}$$

Sa valeur conventionnelle, fut alors de 299 792 458 m/s. [C'est aujourd'hui une constante universelle à valeur conventionnelle exacte].

Avec une incertitude de 1 m la vitesse de la lumière pouvait se trouver raisonnablement entre la valeur mini. de 299 792 457 m/s. et la valeur maxi. de 299 792 459 m/s ; l'incertitude peut s'exprimer sous la forme  $\pm$  comme on peut le voir dans cet exemple.

En 2013, la brochure *Système international d'unités*<sup>2</sup>, dans le § 5.3.5 sur l'écriture d'une valeur chiffrée suivie de son incertitude préconise pour l'exemple ci-dessus :

$$299\,792\,458 (1) \text{ m/s.}$$

*Exemple gnomonique : La méridienne (1786) de la cathédrale du Duomo de Milan, dont l'œilleton est à 24 m du sol, a été réalisée pour donner « précisément » le midi solaire. En 1974, le "top" a été vérifié à 2 secondes près<sup>3</sup>. On admettra que l'incertitude  $U$  comme Uncertainty était alors :*

$$U = 2 \text{ s.}$$

$$\text{et le résultat du mesurage } Y = 0 \text{ s} \pm 2 \text{ s}$$

3 / **C** - chaque instrument a sa propre incertitude. Il faut, dans tous les cas, effectuer des mesurages et comparer les résultats.

4 / **C** - voir vocabulaire. L'exactitude ne se chiffre pas. Elle est purement qualitative. On peut dire qu'un cadran est plus exact qu'un autre, sans plus. On peut aussi créer des classes d'exactitude : cadrans usuels, cadrans professionnels, méridiennes (voir vocabulaire).

5 / **B** - la précision est un terme banni en métrologie officielle ! Terme grand public, il englobe trop de concepts différents<sup>4</sup>. Malheureusement, il a encore de beaux jours devant lui.

<sup>2</sup> [http://www.bipm.org/utls/common/pdf/si\\_brochure\\_8\\_fr.pdf](http://www.bipm.org/utls/common/pdf/si_brochure_8_fr.pdf)

<sup>3</sup> John L. Heilbron, *Astronomie et églises*, Belin, 2003, p. 286.

<sup>4</sup> **précis, précision** définitions du Larousse : **1.** Mesure exacte. **2.** Sans incertitude. **3.** Tir précis : impacts groupés, même loin du point visé. **4.** instrument capable de donner à peu près le même résultat lorsqu'on répète plusieurs fois la même mesure ; définition du Robert : **1.** Exact, exactitude. **2.** Juste...

6 / **B** - voir vocabulaire ; Elle correspond à l'incrémentation. L'incertitude d'un mesurage effectué avec un instrument est rarement inférieure à la résolution.

7 / **B** - certains perçoivent une variation d'indication de 0,2 mm ! (à valider).

8 / **B** - on admettra que l'incertitude résultante sur le cumul des 2 reports sera :

$$U_r = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} = 1,414 \text{ soit } U_r = 1,5 \text{ mm,}$$

en ne gardant que 2 chiffres significatifs.

9 / **B** – on admettra que :

l'incertitude sur une moyenne  $\bar{q}$  de  $n$  mesurages est  $U_{\bar{q}} = \frac{U}{\sqrt{n}}$

pour  $n = 4$  mesurages on aura  $\frac{U}{\sqrt{4}} = \frac{U}{2}$ .

Si on effectue 9 mesures l'incertitude sera divisée par 3.

Si on effectue 100 mesures l'incertitude sera divisée par 10 !

10 / **B** - il est "normal" que la moyenne d'un échantillon de  $n$  mesures puisse varier autour de sa valeur centrale initiale de  $\pm \frac{U}{\sqrt{n}}$  (voir question précédente).

Pour  $U = 4$  et  $n = 4$  on a les limites  $\pm 2$ , le décalage est de 1 min, le cadran est supposé ne pas avoir bougé. Par contre, si le décalage était de 2 min, il y aurait de fortes chances qu'il ait été déplacé !

## II - DÉTERMINATION D'UNE INCERTITUDE

**2.1. NOTATIONS** : l'incertitude (voir en annexe, le vocabulaire normalisé) étant un paramètre qui caractérise la dispersion, on utilisera des notations statistiques classiques.

**Incrtitude type<sup>5</sup> :  $u(x)$**

**Incrtitude type composée :  $u_c(y) = \sqrt{u_a^2 + u_b^2}$**

**Facteur d'élargissement :  $k = 2$**

**Incrtitude élargie :  $U = k u_c(y)$**

**Intervalle d'incrtitude :  $\pm U$  (non normalisé)**

**Résultat de mesurage :  $Y = y \pm U$  avec  $k = 2$**

ou actuellement :  **$Y = y (U)$  avec  $k = 2$**

<sup>5</sup> L'incrtitude-type est a rapprocher de l'écart-type, terme employé en statistique. Son estimateur est donné sous Wikipédia : [http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89cart\\_type](http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89cart_type) ; son calcul, sous Excel, est donné par la fonction ECARTYPE =  $\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)}$ .

**Remarque** : pour un petit nombre de mesures, la distribution de la dispersion n'est pas identifiée. Dans ce cas, on ne peut donner d'intervalle de confiance. Néanmoins on montre que pour une distribution quelconque, le risque ne sera jamais supérieur à 25 %.

**2.2. DÉTERMINATION**, méthode simplifiée pour la gnomonique.

**DÉMARCHE TYPE**

1) **Enregistrer** les **n** mesures du même mesurande et le résultat brut moyen de mesurage  $q_{bar}$ ,

2) **Rechercher les causes** d'incertitudes :

On distinguera :

- a) l'incertitudes aléatoire, estimée par des **méthodes de type A** :
  - la REPETIBILITE (instrument, méthode, observateur identiques)
- b) éventuellement les incertitudes évaluées par des **méthodes de type B** :
  - résolution, étalon...

4) **Calculer globalement l'incertitude** :

4.1) **Méthodes type A** :

- calculer pour l'ensemble des **n** mesures l'estimateur de l'incertitude-type<sup>6</sup>  $u_a$
- en déduire, si besoin, l'écart-type sur la moyenne  $u_{qbar} = u_a / \sqrt{n}$

4.2) **Méthodes type B** :

- évaluer les écart-types expérimentaux  $u_{bj}$  :
- Prendre
  - pour la résolution de l'instrument  $u_{br} = \text{résolution} / 2\sqrt{3}$
  - pour l'heure des éphémérides donnée à la seconde  $u_{be} = 1 / 2\sqrt{3}$

4.3) **Calculer l'incertitude-type composée** :

- ① pour 1 mesure individuelle                      ou                      ② sur une moyenne

$$u_c = \sqrt{u_a^2 + \sum_j u_{bj}^2}$$

$$u_c = \sqrt{u_{qbar}^2 + \sum_j u_{bj}^2}$$

5) **Définir l'incertitude élargie, exprimer le résultat** :

- calculer  $U = k U_c$  avec un facteur d'élargissement  $k = 2$ ,
- en déduire si besoin l'intervalle d'incertitude  $\pm U$
- exprimer le résultat du mesurage avec son incertitude et son facteur d'élargissement :

soit sous la forme ancienne :  $Y = y \pm U$  avec  $k = 2$

ou actuellement sous la forme :  $Y = y (U)$  avec  $k = 2$

<sup>6</sup> Voir note antérieure.

### III - APPLICATION AUX MÉRIDIENNES

Voir imprimé « Incertitude méridienne »

#### Commentaires

Soit à rechercher l'incertitude sur des relevés de l'heure de midi solaire par rapport à l'heure théorique donnée par les éphémérides. La finalité est d'en déduire l'incertitude sur un relevé unique ( ayant lieu une seule fois par jour à midi !).

Après avoir rempli les informations précisant les conditions de mesurage – instrument méridien, lieu géographique, opérateur - on procède aux relevés.

#### Relevés

S'il semble exister des relevés aberrants, les supprimer, mais seulement si on en connaît la cause, et si la cause a été supprimée.

#### Calculs

Ils déterminent

- les écarts entre heure théorique et heure de chaque relevé,
- l'estimateur de l'incertitude-type de répétabilité, puis son incertitude élargie de répétabilité :  $U_a$  ou  $R$  (comme Répétabilité).

Pour aller plus loin on peut calculer :

- les écarts-types expérimentaux pour la résolution et l'information « heure de passage au méridien » donnée par les éphémérides.
- l'incertitude-type composée  $f(u_a, u_b, u_c)$
- l'incertitude élargie  $U$

et afficher le résultat avec un nombre de décimales sur l'incertitude compatible avec celle-ci.

La décision est laissée à l'initiative de celui qui mène l'étude ; la règle est de toujours arrondir à une valeur supérieure de l'incertitude.

A ce stade, on remarque peu de différence entre l'incertitude globale  $U$  et l'incertitude de répétabilité  $R$  (ici  $U - R = 9,3 - 9,27$  soit  $0,03$  s). Effectivement, la répétabilité est pratiquement toujours prépondérante dans les calculs d'incertitudes ; comme d'autre part on arrondit à un chiffre significatif supérieur au résultat calculé, on englobe les incertitudes expérimentales.

#### Conclusion

Se cantonner à un calcul de répétabilité qui est un calcul de dispersion classique.
---

#### Remarque (pour aller plus loin)

On peut calculer la moyenne et son incertitude. Ces résultats informent sur la position moyenne des relevés par rapport à la cible et permettent de constater si la cible est correctement positionnée.

Ici, le nombre de relevés est faible, l'appréciation « assez correct » est prudente. Dans la réalité, il y eut 26 relevés. Les résultats ont été les suivants :

$$\text{incertitude } U = 10,5 ; \text{ moyenne } : 0,7 \pm 2,1$$



Estimateur de l'incertitude-type des écarts : $u_a$	4,63	Type A
Incertitude élargie de répétabilité : $U_a$ ou R	9,27	avec $k = 2$
Pour aller plus loin		Type B
u résolution : $u_{br}$	0,29	
u éphémérides : $u_{be}$	0,29	
Incertitude-type composée : $u_c$	4,65	
Incertitude élargie globale : $U$	9,30	
<b>Résultat</b>		avec $k = 2$
Soit pour une seule mesure	$y \pm 9,3 s$	
ou	$y (9,3) s$	
décision	$y \pm 10 s$	
Observations	<i>U très peu différent de <math>U_a</math></i>	
Moyenne des écarts :	-3	<i>-3 &gt; -3,5 ; on en déduit</i>
incertitude de répétabilité sur la moyenne pour $k = 2$ :	$\pm 3,5 s$	<i>réf. et relevés assez corrects.</i>

#### IV - APPLICATION A LA DÉCLINAISON GNOMONIQUE

La méthode de détermination de déclinaison gnomonique est connue. Le calcul d'incertitude ne présente qu'un intérêt limité aux cadrans tracés sur un support fixe, c'est à dire aux cadrans non ajustables à la pose.

Ces calculs interviennent uniquement sur la dernière ligne de l'imprimé.

Voir imprimé « Déclinaison gnomonique D »

#### Commentaires

Ici, l'incertitude est calculée sur la déclinaison moyenne, à partir des valeurs individuelles de déclinaison. N'est prise en compte que l'incertitude fonction de la répétabilité (type A).

#### Conclusion générale

L'approche « incertitudes » est proposée comme information et éventuellement comme outil de travail à employer dans des cas bien particuliers.

C'est un outil métrologique actuel, moins compliqué qu'il n'y paraît, qui permet d'éviter toute équivoque dans des affirmations souvent péremptoires et sans information chiffrée.

D'autre part, le vocabulaire, bien que souvent hermétique, essaie d'éviter toute confusion. On pourra s'y référer en cas de doute, surtout quand on voudra parler de précision !

#### V - ANNEXE, EXTRAITS DU VOCABULAIRE NORMALISÉ

d'après le VIM : Vocabulaire international de métrologie<sup>7</sup>.

<http://www.bipm.org/fr/publications/guides/vim.html> (pdf).

- entre parenthèses, le n° de référence dans le VIM.
- les notes en italique sont des notes "personnelles" adaptées pour les CS.

<sup>7</sup> Anciennement : norme NF X 07-001 : *Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie*, ISO 1993, Afnor 1994.

**EXACTITUDE** (2.13)

étroitesse de l'accord entre une **valeur mesurée** et une **valeur vraie** d'un **mesurande**.

note 1 : L'exactitude de mesure n'est pas une **grandeur** et ne s'exprime pas numériquement.

Un **mesurage** est quelquefois dit plus exact s'il fournit une plus petite **erreur de mesure**.

*Dit autrement : plus l'erreur est petite, plus grande est l'exactitude.*

*Ce terme est employé pour une répartition éventuelle en classes d'exactitude.*

**Exemple fictif** 3 classes d'exactitude pour l'incertitude des cadrans solaires au midi solaire :

1. classe A, méridiennes :  $U \leq 10\text{ s}$
2. classe B, cadrans « professionnels » :  $10\text{ s} < U \leq 1\text{ min}$
3. classe C, cadrans courants :  $U > 1\text{ min}$ .

*Ici, un instrument de la classe A est dit plus exact qu'un instrument de la classe B, etc.*

*Le terme « précision » est à bannir.*

**INCERTITUDE (de mesure)** (2.26, 2.28, 2.29)

paramètre non négatif qui caractérise la dispersion des **valeurs** attribuées à un **mesurande**, à partir des informations utilisées.

note 2 : Le paramètre peut être, par exemple, un écart-type appelé **incertitude-type** (ou un de ses multiples).

*Notée **u** pour l'incertitude-type ; et **U** pour l'incertitude élargie avec un facteur d'élargissement généralement de 2 en France.*

note 3 : L'incertitude de mesure comprend en général de nombreuses composantes. Certaines peuvent être évaluées par une **évaluation de type A de l'incertitude** à partir de la distribution statistique des valeurs provenant de séries de **mesurages** et peuvent être caractérisées par des **écarts-types**. *Les autres composantes, qui peuvent être évaluées par une **évaluation de type B de l'incertitude**, peuvent aussi être caractérisées par des écarts-types évalués à partir de [...] l'expérience ou d'autres informations.*

**MESURAGE (mesure)** (2.1)

Processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs **valeurs** que l'on peut raisonnablement attribuer à une **grandeur**.

**MESURANDE** (2.6)

**grandeur** que l'on veut mesurer.

*Exemple : L'heure de midi d'un CS, la déclinaison gnomonique d'un mur...*

**MÉTROLOGIE** (2.2)

Science des **mesurages** et ses applications.

note : la métrologie comprend tous les aspects théoriques et pratiques des mesurages, quels que soient l'**incertitude de mesure** et le domaine d'application.

**RÉPÉTABILITÉ** (2.20 et 2..21)

**mesurage** dans un ensemble de conditions qui comprennent la même **procédure de mesure**, le même opérateurs, le même **système de mesure**, les mêmes conditions de fonctionnement et le même lieu, ainsi que des mesurages répétés sur le même objet ou des objets similaires pendant une courte période de temps.

*Elle s'exprime en écart-types ou écart-types élargis ; c'est une composante dite de type A de l'incertitude.*

*Exemple : mesurer n fois la déclinaison gnomonique d'un mur.*

**RÉSOLUTION** (4.14)  
 plus petite variation de la **grandeur** mesurée qui produit une variation perceptible de l'**indication** correspondante.

*Exemples :*

- *Résolution d'une montre à affichage digital à la seconde : 1 s*
- *Résolution d'une règle graduée en mm : 1 mm ou moins.*

---

**RÉSULTAT D'UN MESURAGE** (2.9)  
 ensemble de **valeurs** attribuées à un **mesurande**, complété par toute autre information pertinente disponible.

note 2 : Le résultat de mesure est généralement exprimé par une **valeur mesurée** unique et une **incertitude de mesure**. Si l'on considère l'incertitude de mesure comme négligeable dans un certain but, le résultat de mesure peut être exprimé par une seule valeur mesurée. Dans de nombreux domaines, c'est la manière la plus usuelle d'exprimer un résultat de mesure.

---

**VALEUR CONVENTIONNELLE** (2.12)  
**valeur** attribuée à une **grandeur** par un accord pour un usage donné.

note 3 : Une valeur conventionnelle est généralement considérée comme associée à une **incertitude de mesure** convenablement petite, qui peut être nulle.

*On utilise souvent un grand nombre de résultats de mesures d'une grandeur pour établir une valeur conventionnelle.*

*Ex : la vitesse de la lumière (sa valeur est exacte par définition), le mètre étalon (incertitude-type  $< 10^{-12}$ ), la seconde (incertitude-type  $< 10^{-15}$ ), le temps UTC pour nos CS, base légale de l'heure dans le monde. [incertitudes données en 2005]*

---

**VALEUR D'UNE GRANDEUR** (1.19)  
 ensemble d'un nombre et d'une référence constituant l'expression quantitative d'une **grandeur**.

*Exemples :*

- |                           |        |    |           |
|---------------------------|--------|----|-----------|
| a) longueur d'une style : | 1,34 m | ou | 134 cm... |
| b) angle horaire :        | 12,5°  | ou | 12° 30'   |

---

**VALEUR VRAIE** (d'une grandeur) (2.11)  
**valeur d'une grandeur** compatible avec la définition de la **grandeur**.

*C'est la valeur que l'on peut prendre lorsque l'incertitude du mesurande est considérée comme négligeable par rapport aux autres composantes.*

*Ex : un "top" à l'horloge parlante, l'heure du midi solaire donnée par les éphémérides.*

⇒  **Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :**

2 fichiers : 2i Incertitude méridienne.xls ; 2i Incertitude gnomon rue Parc.xls dans le dossier "Log\_Tab Incertitudes".

Pour info : une étude sur l'exactitude de lecture de CS et méridiennes est en cours actuellement avec quelques membres volontaires de la CCS.





## Méridiennes universelles "Cartesius"

Riccardo Anselmi

*Présentation de méridiennes universelles calculées par R. Anselmi avec la nouvelle version 2013 de son logiciel "Cartesius".*

Malgré l'incurie des hommes et les ravages du temps, il est encore possible d'observer des montres solaires de ce type non seulement sur les bâtiments publics mais aussi dans des maisons privées, pour la plupart réalisés au 19<sup>e</sup> siècle.

Le Piémont, la région italienne qui comprend le plus grand nombre de cadrans solaires, possède également la plus forte densité de cadrans y compris une présence significative de ce type de marque-temps.

On trouve des cadrans solaires universels dans d'autres régions telles que la petite Vallée d'Aoste où on peut encore voir un exemplaire. En Ligurie, qui passe à Pieve di Teco dans la province d'Imperia, un petit village avec des caractéristiques urbaines en partie similaires à celles de la province de Cuneo, on peut facilement voir une telle horloge sur la Place Cavour.

Dans le Piémont (fig.1), il y a un magnifique cadran solaire universel, parfaitement restauré, donnant sur la place Saint-Pierre dans le centre historique de Mondovì, où deux autres cadrans aux heures italiques terminent l'arc diurne en toute saison. Même sur l'ancien palais de justice de Mondovì un des treize cadrans solaires signés par les jésuites au 18<sup>e</sup> siècle montre le passage du Soleil au méridien d'endroits exotiques. Avec l'adjectif universel, on entend un cadran solaire capable d'indiquer le midi d'endroits éloignés. Par exemple, le cadran de Mondovì marque le midi de la Médina, Moscou, Jérusalem, Saint-Pétersbourg, etc. mais également ceux de Rio de Janeiro, Caracas et Lima.

Le cadran solaire universel de Pieve di Teco montre surtout le passage du Soleil sur les capitales européennes tandis que sur un cadran d'Aoste, situé dans une ancienne maison de chanoines dans la rue San Giocondo 12, on a des difficultés à lire les noms de Constantinople, Lisbonne et l'île du Fer (Hiero aujourd'hui), la plus occidentale des Canaries prise dans le passé comme une référence pour les longitudes, une Greenwich avant de son temps.

Toutes ces montres ont en commun un long style polaire, composé généralement d'un fil mince tenue en tension par un poids et un grand cadran en mesure de contenir les villes



Fig 1 (photo R. Anselmi)

avec leurs noms, parfois particulièrement longues. Dans certains cas, comme dans le cadran ci-dessus, sur la place Saint-Pierre à Mondovi, quelques endroits sont également accompagnés par des images de monuments qui les concernent. Le long style jette son ombre sur tous les domaines où il y a une référence géographique. La figure 1 montre ce cadran solaire universel restauré par des particuliers. On peut voir la richesse de la décoration et les autres caractéristiques que celles décrites, donnant à ce cadran raffinement et abondance de détail.

Avec l'avènement des ordinateurs, il est maintenant possible de tracer des cadrans solaires universels assez facilement, disposant, bien sûr, du logiciel approprié. À cet égard, j'ai élargi le potentiel de Cartesius, le logiciel le plus cher pour moi, afin de permettre de saisir correctement les différents lieux en exploitant la correspondance bi-univoque entre la latitude et la déclinaison céleste, la longitude géographique et l'angle horaire.

Si du centre de la terre on projette sur le ciel les profils des Continents et des États qui les composent on placera les divers endroits dans une position fixe au-dessus de nous, ainsi que les méridiens et les parallèles sont fixes. Cette nouvelle représentation du ciel verrait les étoiles et les constellations glisser vers l'ouest sur la cage des coordonnées célestes locales auxquelles on a ajouté les dentelles des profils apparents aux différents pays.

La projection gnomonique transfère ces formes virtuelles du ciel sur le cadre du cadran solaire en provoquant ainsi une carte géographique. La figure 2 montre la partie technique d'un projet pour un cadran solaire universel où ils apparaissent quelques noms associés à des sites géographiques connus, obtenus par projection gnomonique, le même outil par lequel les montres solaires classiques sont réalisées.

On a joint les noms des villes dont on vient de connaître l'heure de midi également à certains pays, pratiquement aux antipodes, où, dans le même temps, il fait nuit. En bas, on voit une étoile correspondante à la capitale Wellington en Nouvelle-Zélande. Plus en haut une deuxième étoile qui se rapporte à Sidney. Le passage de l'ombre du style sur les étoiles peut être interprété à la fois comme un moment de minuit, à la fois comme un indicateur de l'heure de midi, mais annoncé,

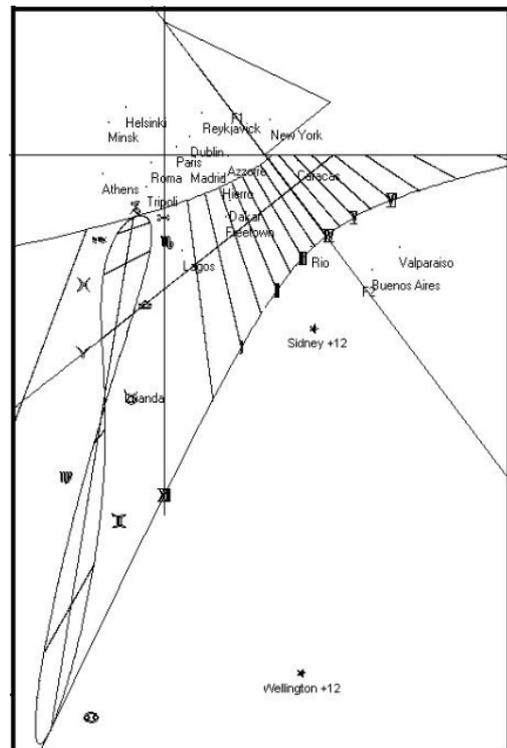


Fig 2

cependant, avec douze heures à l'avance. Ce cadran solaire universel peut être accompagné par une carte qui montre, en projection gnomonique, le profil des continents et des États qui les composent. Comme il est possible d'inverser le signe de latitudes sans altérer la fonction du cadran solaire universel, on présente deux cas dont on doit évaluer la pertinence de ce choix. La première (fig. 3) des deux images montre le nord en haut de toutes les capitales européennes, mais avec l'inversion de l'Est géographique avec l'Ouest. Il y a une raison claire de cette anomalie qui dépend de la projection gnomonique.

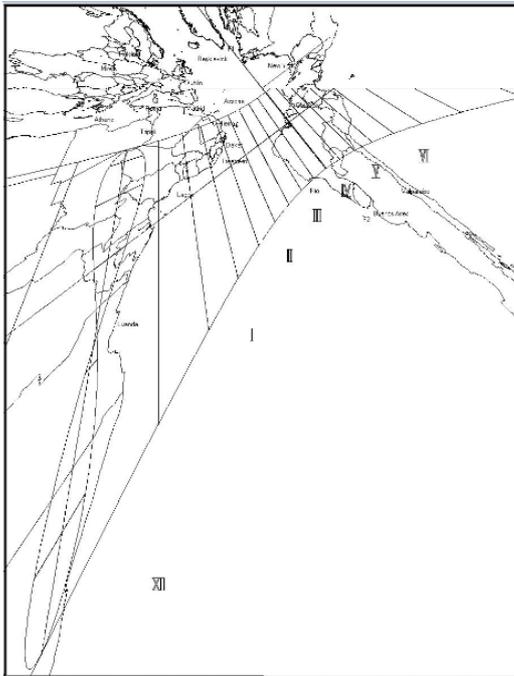


Fig 3 (Graphique Cartesius)

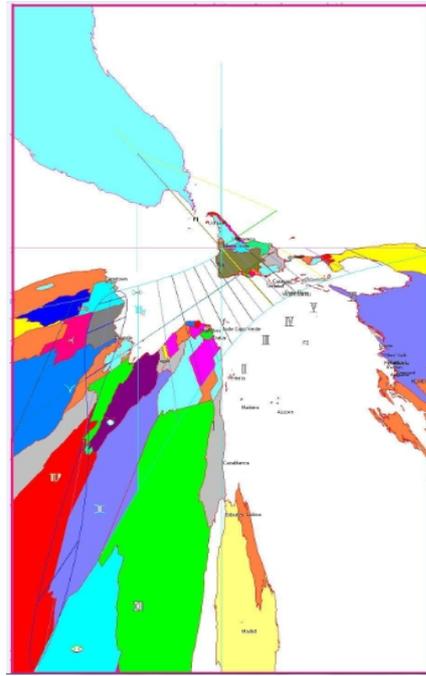


Fig 4

La deuxième image (fig.4) avec le Sud en haut maintient l'aspect normal d'une carte avec les quatre points cardinaux disposés à la manière traditionnelle, même si à l'envers. Avec ce choix, on va perdre des images de pays européens, tandis qu'on favorise ceux plus à Sud. La séquence des capitales européennes doit trouver sa place ou dans le cadre ou sur une bande spécifique, en continuant à indiquer correctement le midi des pays boréaux et leur longitude, mais pas la latitude.

Cartesius a besoin d'une base de données qui doit être fixée dans le voisinage de l'exécutable. Un fichier compressé appelé MONDE (Excel) fournit les coordonnées géographiques des limites des Continents, des Etats et des îles. Un algorithme spécial du logiciel positionne sur le graphique les points correspondants aux coordonnées  $\varphi$  et  $\lambda$  en créant les silhouettes des pays qui dépendent des paramètres principaux du cadran: latitude, longitude, déclinaison et inclinaison.

Entre les performances de cette version de Cartesius c'est possible de tracer des limites géographiques d'un seul Etat à la fois en le sélectionnant dans la liste disponible, ou seulement certains, ou tous ensemble. Avec les fonctions InvertX et InvertY on peut créer un' image en miroir horizontale ou verticale en rendant le graphique apte à une utilisation pour un cadran à réflexion ou comme cadran solaire de l'hémisphère australe. Le logiciel peut être téléchargé à l'adresse: (<http://sundials.anselmi.vda.it>)

Enfin, on propose un cadran (fig.5) réalisé à Almese (TO), catalogué à l'adresse IT6151 de Sundial Atlas et l'aspect base d'un cadran solaire géographique universel (fig.6) conçu pour Pékin (Beijing) dont les données sont: latitude =  $39,905^\circ$ , déclinaison =  $30^\circ$ , inclinaison =  $60^\circ$  et longitude =  $-116,4063$ . Comme on peut le voir la tapisserie d'un cadran solaire de l'Asie ressemble tout à fait différente de celle d'un cadran européen depuis la zone d'opération d'un cadran solaire chinois couvre l'area qui est principalement divisée par le méridien de longitude  $116,4063$  est. L'inclinaison du plan élargit considérablement la portée du travail du cadran solaire universel qui va de la Nouvelle-Zélande à l'Angola, de la pointe





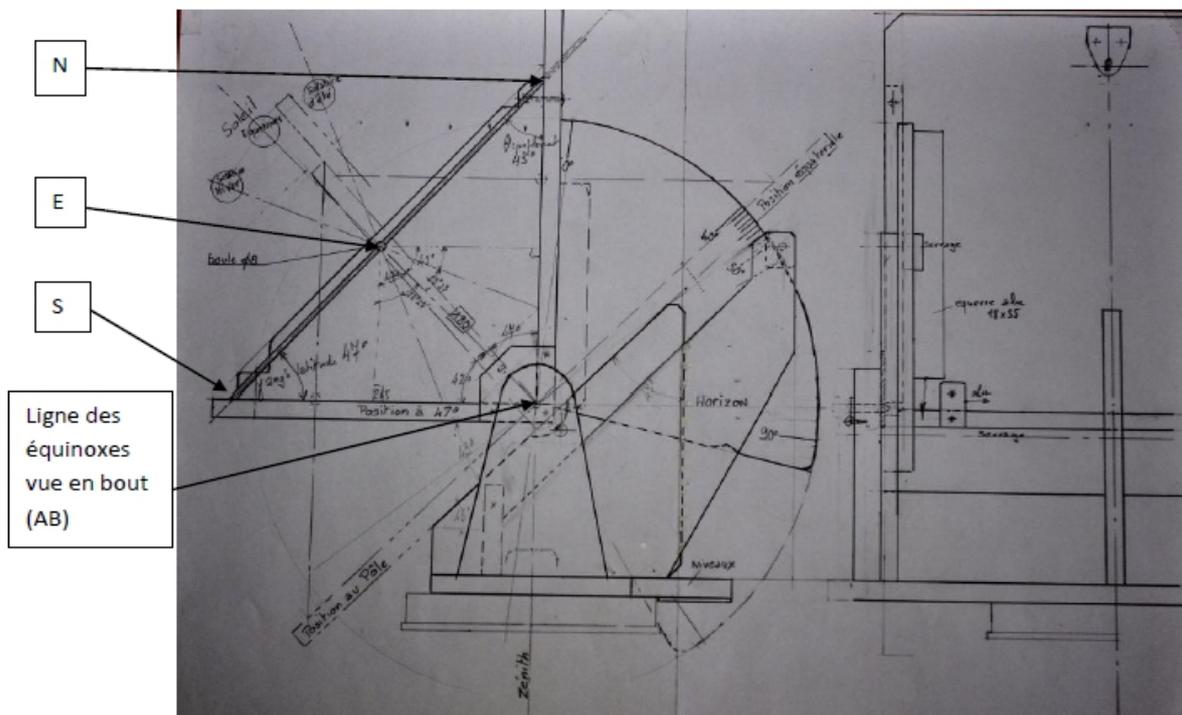
## Cadrons pour utilisation universelle

Michel Brialix

*Lors d'une réunion annuelle de la commission des cadrans solaires, un des membres avait présenté un cadran multiple avec style unique pour démontrer au public cette facilité de construction, il venait de me donner l'idée d'en construire un aussi. Voici donc des cadrans multiples pour une utilisation universelle.*

Je me lance donc dans l'aventure. Je réunis 3 cadrans, 1 horizontal, 1 équatorial (en pléxiglace transparent) et 1 vertical plein Sud sur un même montage, la rencontre des plans de ces 3 cadrans se fera sur une seule ligne, la ligne des équinoxes (AB). La ligne constituant le style des 3 cadrans appelée (SEN) passera par le plan horizontal en S, puis perpendiculairement au plan équatorial en E et traverser le plan vertical en N, cette ligne sera rigoureusement parallèle à l'axe de rotation de la Terre. Le plan équatorial contenant la ligne des équinoxes sera rigoureusement parallèle au plan équatorial terrestre.

Le calcul des lignes horaires (recherche des points sur la ligne des équinoxes d'après le cadran équatorial est réalisé avec la table trigo et vérifié avec le logiciel Shadows) le reste des autres points et le tracé du Huit de l'équation du temps sont réalisés entièrement avec Shadows.



Mon ensemble de 3 cadrans est constitué ; il n'y a plus qu'à ajouter un 4<sup>ème</sup> cadran latéral (oriental ou occidental) pour conserver à l'ensemble sa rigidité géométrique.

Cet ensemble ne mesurera pas seulement le temps au soleil vrai pour une seule latitude choisie au départ (46,8° de latitude Nord pour la ville de Châteauroux). Si je fais tourner mon ensemble de cadrans selon un axe qui sera la ligne (AB) des équinoxes, que va-t-il se passer ?

**Je tourne l'ensemble de manière à mettre le style (SEN) horizontal**, le cadran équatorial est vertical et orienté Est-Ouest, je suis en configuration pour mesurer le temps au soleil vrai à l'équateur.

**Maintenant, je tourne l'ensemble de manière à mettre le style en position verticale** et je suis en configuration pour mesurer le temps au pôle Nord.

Ce sont 2 cas particuliers, mais rien n'interdit d'utiliser cet ensemble à toutes les latitudes de l'hémisphère Nord. Le tracé du Huit de l'équation du temps pour moitié sur le cadran vertical et sur le cadran horizontal, me donne une bonne lecture sur le méridien.

#### **Attaquons nous maintenant à l'hémisphère Sud.**

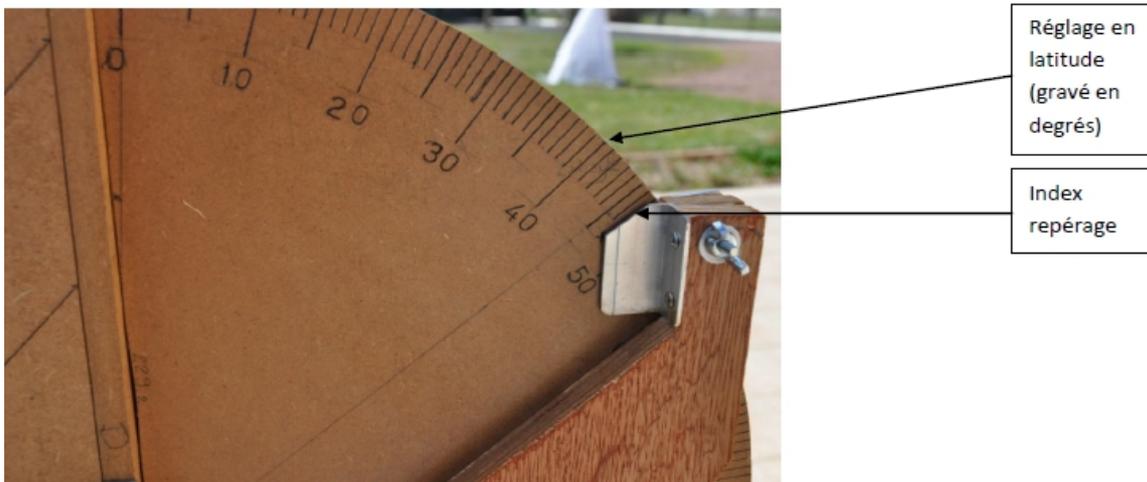
Mon ensemble de cadrans peut tourner sur un support avec pour axe la ligne des équinoxes, cet axe doit-être bien parallèle au plan de base de ce support, cette base pivotera sur un trépied réglable pour assurer l'horizontalité de l'ensemble.

Pour l'hémisphère Sud, il me faut pivoter de 180° cet ensemble sur le trépied, pour orienter le style SEN plein Nord et non plein Sud comme dans l'hémisphère Nord. Le soleil se levant toujours à l'Est et se couchant à l'Ouest les chiffres indiquant les heures sont à inverser (18h devient 6h et 6h devient 18h), le huit de l'équation du temps est à changer, il me faut en tracer un nouveau symétrique par rapport à la ligne des équinoxes. Et là je peux à nouveau lire l'heure au soleil vrai local dans tout l'hémisphère sud.

Cet ensemble est donc universel.

#### **Hors de l'intérêt gnomonique que peut-il encore apporter au public ?**

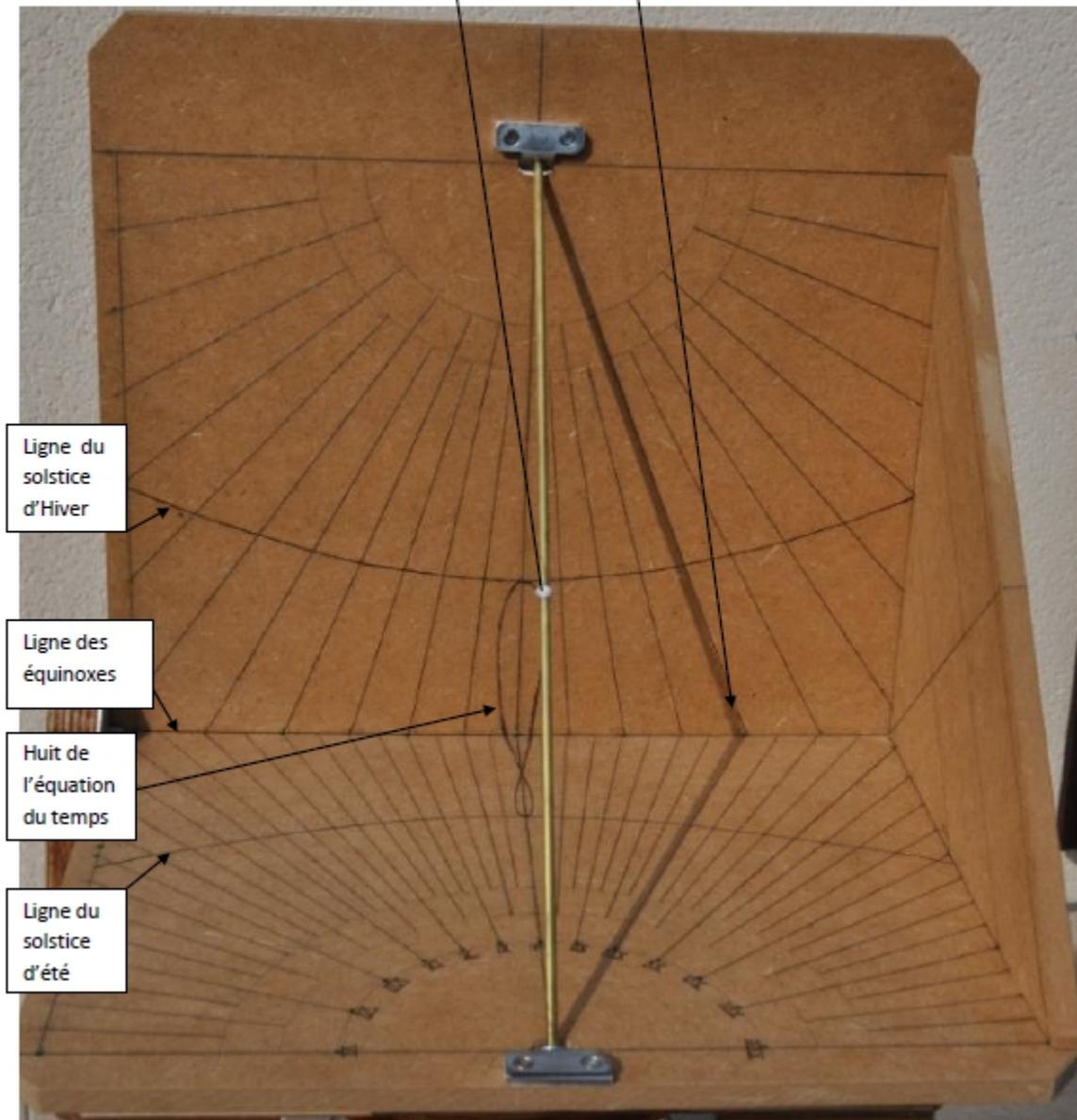
Je pense que ça peut permettre de mieux comprendre les problèmes posés lors de la mise en station des montures équatoriales, de mieux comprendre aussi le mouvement apparent du soleil, la position des quartiers de lune et des constellations aux différentes latitudes dans l'hémisphère sud. Et de mieux s'orienter en lisant une carte dans l'hémisphère Sud (histoire vécue en Argentine).

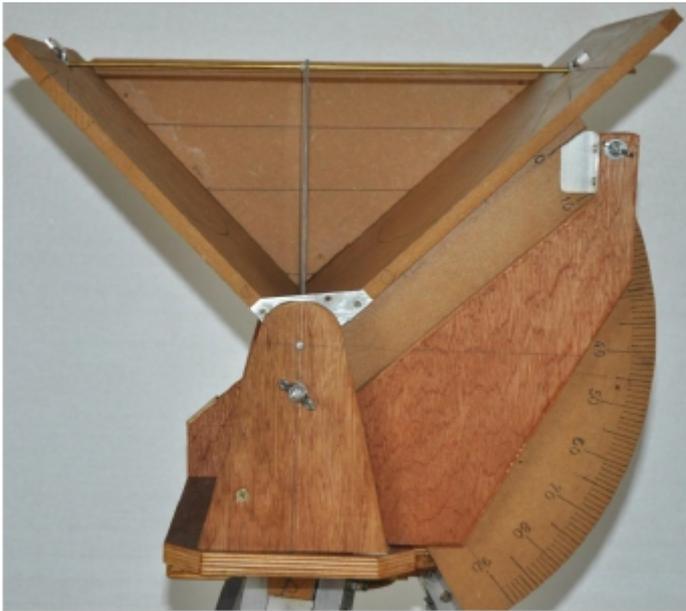


Mise en station à la latitude de Châteauroux 46°,816

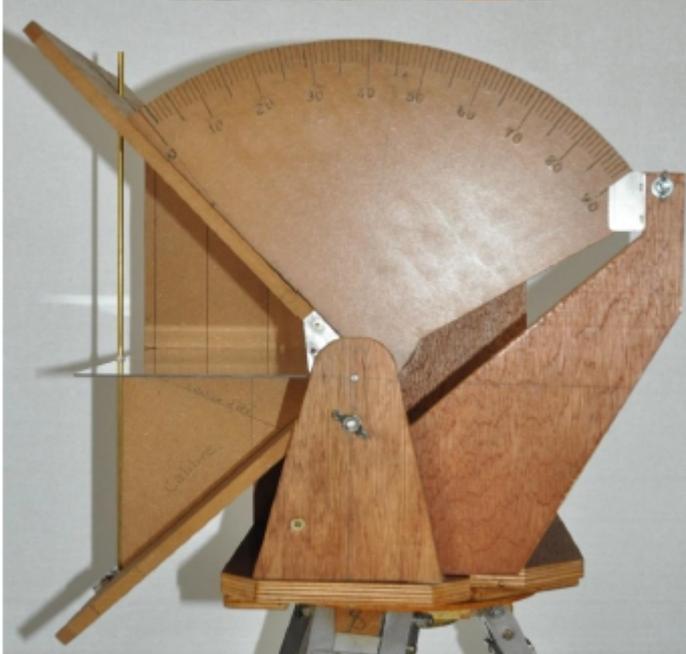
Il est environ 13h 57 au soleil et nous sommes le 15 Mars

Ombre du point blanc





Position pour une utilisation à l'équateur



Position pour une utilisation aux pôles





## Lignes horaires dans un cadran bifilaire

Dominique Collin

*Cet article fait suite à celui publié dans cadran Info n° 27 de mai 2013, (section 7). Il présente la nature des lignes horaires dans un cadran solaire horizontal bifilaire à fils quelconques.*

Restituons d'abord le contexte. Dans une première étude sur le cadran solaire bifilaire horizontal<sup>1</sup> où chaque fil a une position quelconque au-dessus du plan du cadran, il a été établi que la *ligne de midi* pouvait être un segment de droite ou une portion d'une conique. Les autres lignes horaires n'avaient pas été traités d'une part en raison de la complexité des coordonnées du point d'ombre et d'autre part parce que ce cadre d'étude dépassait les objectifs proposés. Suite à la réalisation d'un programme informatique de tracé de ce bifilaire horizontal (Mercier & Collin, *op. cit.*), il a été émis une conjecture sur les lignes horaires : "*les lignes horaires prennent toutes les formes des sections coniques [...]*". Cette conjecture n'est pas tout à fait exacte ; on donne deux propositions rectificatrices, encore inédites, sur les lignes horaires de cette variété de bifilaire. Pour effectuer les vérifications nécessaires de ces propositions face à la considérable multitude de graphiques que l'on peut obtenir, on fournit des critères très utiles concernant les coniques. Les critères, purs extraits de deux théorèmes fondamentaux sur les coniques, seront exposés sous forme de problèmes distincts<sup>2</sup>. Le premier problème consiste à démontrer qu'une ligne horaire est une courbe plane  $L_i$  (éventuellement vide ou réduite à un point) admettant dans un certain repère orthonormal du plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , une équation du second degré de la forme  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ , où  $a, b, c, d, e$  et  $f$  sont six réels quelconques avec  $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ . C'est l'application du théorème de *Pascal* sur les coniques. Le deuxième problème est la détermination du genre de la conique, en plus de son équation cartésienne. C'est l'application du théorème de *Papus*. On complète notre analyse par un certain nombre d'exemples numériques appuyés de figures explicites.

**Propositions sur les lignes horaires.** Dans un cadran solaire bifilaire horizontal à fils rectilignes quelconques, supposés sans épaisseur :

- [1] *Les lignes horaires sont des coniques.*
- [2] *Une ligne horaire est une branche d'hyperbole<sup>3</sup>, ou un segment de droite.*

□

<sup>1</sup> D. Collin, *Vers une finalisation des cadrans solaires bifilaires à fils rectilignes*, Cadran-info n° 13, 2005, Annexes (version CD-Rom).

<sup>2</sup> La méthode développée ici est totalement indépendante de la position du plan du cadran bifilaire sur l'horizon et même du système bifilaire rectiligne utilisé ! Au moment où cette étude était terminée, M. Éric Mercier modifia le logiciel de tracé de bifilaire afin de l'étendre aux bifilaires inclinés et déclinants à fils quelconques, pour proposer le logiciel HUGO fonctionnant sous système Macintosh. Étude qui est présentée dans ce Cadran-Info même.

<sup>3</sup> Conique non dégénérée (ou conique à centre).

**Preuve.** Le point de départ est le résultat obtenu dans l'étude initiale (2005, *op. cit.*). Au chapitre 5, §5.3, « *famille des lignes horaires* » on retiendra les formules (5-1a) et (5-1c) concernant la ligne de midi. On remarque d'abord que l'équation de la ligne de midi ne dépend pas de la latitude  $\varphi$  : le degré de cette courbe n'est donc pas affecté par les changements de latitude. On observe ensuite que l'équation de la ligne de midi est de forme homographe :  $y = x \frac{\mu_1 x + \mu_2}{\mu_3 x + \mu_4}$ , où les  $\mu_i$  sont des coefficients réels, déterminés

seulement en fonction des caractéristiques des fils. Alors de même, la modification des caractéristiques géométriques des fils n'affecte pas la ligne de midi. De cette équation on en déduit que la ligne de midi est une *conique* de genre *hyperbole*<sup>4</sup> (et en général, une hyperbole non équilatère) ; si de plus il arrive que  $\mu_4 = 0$ , la ligne de midi est affine (on ne déterminera pas les conditions qui rendent nul ce coefficient). Les propositions [1] et [2] sont vraies pour la ligne de midi.

Mais également, la ligne de midi est un élément de la famille des lignes horaires. Ces lignes ont pour paramètres l'angle horaire vrai  $t$ , qui, lorsqu'il est fixé, impose un lieu géométrique lorsque la déclinaison du soleil varie entre les solstices. Il faut reconnaître que ce qui se produit pour une valeur donnée de  $t$ , se reproduit également pour d'autres valeurs durant toute les périodes d'ensoleillement du plan horizontal. Le *degré* et le *genre* de ces courbes n'est pas affecté par les changements de latitude, ni par les changements de configuration des fils du système bifilaire, ni encore par l'angle horaire  $t$ . Ceux-ci restent les mêmes pour tout élément  $L_t$  de la famille des lignes horaires. D'où les deux propositions. Le cas singulier où la ligne horaire est affine ne concerne que la ligne de midi, en supposant bien entendu que les fils n'aient aucun point en commun, auquel cas toutes les lignes horaires seront concernées en abaissant le degré de la courbe horaire d'une unité, comme nous le savons déjà<sup>5</sup>.



On présente maintenant les outils qui permettent de vérifier par voie numérique les deux propositions énoncées ci-dessus, afin de pouvoir les exercer sur tout espèce de cadran bifilaire, comme ceux exposés dans le précédent article (Mercier & Collin, *op. cit.*).

**Premier problème [1].** La première question que l'on se pose, au vu de la quantité de tracés de bifilaires que l'on peut obtenir avec le logiciel de M. Mercier (*cf.* E. Mercier, 2013), est de savoir si les lignes horaires  $L_t$  sont des sections coniques. Cela avait été démontré pour la ligne de midi seule<sup>6</sup> : qu'en est-il des autres lignes de la famille des lignes horaires ?

*1<sup>ère</sup> Solution.* On utilise la réciproque du théorème de Pascal concernant la propriété de l'hexagone inscrit à une conique<sup>7</sup>. Considérons 6 points distincts (non alignés) d'une ligne

<sup>4</sup> En raison de la forme homographe : rapport de deux polynômes du premier degré, ou rapport d'un polynôme du second degré et d'un polynôme du premier degré.

<sup>5</sup> Si les fils ont un point commun, alors le cadran bifilaire devient un cadran classique dans lequel les lignes horaires sont des portions de droites, intersection des plans horaires passant par l'axe des pôles avec le plan de l'horizon. La désolidarisation du gnomon classique (polaire ou droit) en deux gnomons distincts provoque cette situation extrêmement remarquable et complexe. Rappelons-le, cette idée est due à l'éminent gnomoniste Hugo Michnik.

<sup>6</sup> Sans curieusement en donner le genre – D. Collin, *op. cit.*

<sup>7</sup> Michel Chasles, "*Traité des sections coniques faisant suite au Traité de géométrie supérieure*", édition Jacques Gabay, 2007, réimpression autorisée de la première (et unique) partie du Traité des sections coniques publiée par Gauthier-Villars en 1865. Une très remarquable démonstration du théorème de Pascal se trouve au chapitre II, §22, p. 18.

horaire  $L_t$  et l'hexagone inscrit  $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$  formé par ces 6 points ordonnées (figures 1-a & 1-b). Considérons les prolongements des côtés opposés de l'hexagone ( $M_6M_1$  ;  $M_3M_4$ ), ( $M_1M_2$  ;  $M_4M_5$ ) et ( $M_2M_3$  ;  $M_5M_6$ ). Si les 3 points d'intersection  $I, J, K$  des trois couples de faisceau de droites sont alignés, alors les sommets de l'hexagone sont sur une conique (figure 1-a). Cette condition est *suffisante*. Si cela fonctionne pour une ligne horaire prise « au hasard » dans la famille des lignes horaires, alors on admettra que cela est vrai pour toutes les lignes de la famille des lignes horaires. Dans le cas contraire, la ligne passant par les sommets de l'hexagone n'appartient pas à une courbe du second degré (contre exemple en figure 1-b) ; elle devra être considéré comme étant d'un ordre supérieur. Pour démontrer que les points  $I, J, K$  sont sur une même droite (**D**), il suffit de montrer que les vecteurs  $\vec{IJ}$  et  $\vec{IK}$  sont colinéaires, c'est-à-dire qu'il existe un réel  $\mu$  non nul, tel que  $\vec{IK} = \mu \vec{IJ}$ . Il existe bien sûr d'autres démonstrations, probablement plus élégantes, comme celle fondée sur les propriétés du birapport d'un faisceau de droites ; on a délibérément choisi la voie analytique. Soient donc  $M_1(x_1;y_1), M_2(x_2;y_2), M_3(x_3;y_3), M_4(x_4;y_4), M_5(x_5;y_5), M_6(x_6;y_6)$ , six points connus d'une même ligne horaire  $L_t$ , (fig.1-a ou 1-b). Soient  $A=0, B=0, C=0, D=0, E=0$  et  $F=0$ , les équations en  $x$  et  $y$  des six droites formées par les côtés consécutifs  $M_1M_2, M_2M_3, M_3M_4, M_4M_5, M_5M_6$ , et  $M_6M_1$  de l'hexagone inscrit à la ligne horaire  $L_t$  :

$$\begin{aligned} A &= a_{12}x - b_{12}y + c_{12} = 0, \\ B &= a_{23}x - b_{23}y + c_{23} = 0, \\ C &= a_{34}x - b_{34}y + c_{34} = 0, \\ D &= a_{45}x - b_{45}y + c_{45} = 0, \\ E &= a_{56}x - b_{56}y + c_{56} = 0, \\ F &= a_{61}x - b_{61}y + c_{61} = 0. \end{aligned}$$

Les coefficients  $\{a_{ij} ; b_{ij} ; c_{ij}\}$  sont de la forme :  $a_{ij} = y_i - y_j$ ,  $b_{ij} = x_i - x_j$  et  $c_{ij} = x_i y_j - x_j y_i$  et dans lesquels les indices  $i$  et  $j$  sont ceux rencontrés dans les équations des six côtés de l'hexagone. On a les trois points d'intersection :  $I = (M_6M_1) \cap (M_3M_4)$ ,  $J = (M_1M_2) \cap (M_4M_5)$  et  $K = (M_2M_3) \cap (M_5M_6)$ . Leurs coordonnées sont alors respectivement :

$$I \begin{pmatrix} x_I = \frac{b_{34}c_{61} - b_{61}c_{34}}{a_{34}b_{61} - a_{61}b_{34}} \\ y_I = \frac{a_{34}c_{61} - a_{61}c_{34}}{a_{34}b_{61} - a_{61}b_{34}} \end{pmatrix} \quad J \begin{pmatrix} x_J = \frac{b_{12}c_{45} - b_{45}c_{12}}{a_{12}b_{45} - a_{45}b_{12}} \\ y_J = \frac{a_{12}c_{45} - a_{45}c_{12}}{a_{12}b_{45} - a_{45}b_{12}} \end{pmatrix} \quad K \begin{pmatrix} x_K = \frac{b_{23}c_{56} - b_{56}c_{23}}{a_{23}b_{56} - a_{56}b_{23}} \\ y_K = \frac{a_{23}c_{56} - a_{56}c_{23}}{a_{23}b_{56} - a_{56}b_{23}} \end{pmatrix}$$

Il ne reste plus qu'à s'assurer de l'unicité du rapport pour conclure.

$$\mu = \frac{x_K - x_I}{x_J - x_I} = \frac{y_K - y_I}{y_J - y_I} \tag{1}$$

Ces formules ont été regroupées dans une feuille du classeur<sup>8</sup> Excel joint à la version CD-Rom de Cadran-Info. Cette feuille est nommée « *Pb1\_Théorème de Pascal* ». Son utilisation permettra de vérifier au cas par cas la proposition [1].

<sup>8</sup> Le nom de ce fichier de travail est : « *Theoreme de Pascal\_Conique Projective.xlsx* ».

*2<sup>e</sup> solution.* On exploite un élégant résultat issu de la géométrie projective : le théorème de conicité<sup>9</sup>. Ce théorème sert à la démonstration du théorème de Pascal sur les coniques. Voici comment il peut être énoncé.

Soit E un  $k$ -espace vectoriel de dimension 3 et  $\mathbf{P}(E)$  le plan projectif associé. Soient  $a, b, c, d, e, f$  six points plongés dans  $\mathbf{P}(E)$ . Ils sont sur une même conique<sup>10</sup> si et seulement si on a la relation :

$$[a, d, e][b, c, e][a, b, f][c, d, f] - [a, b, e][c, d, e][a, d, f][b, c, f] = 0 \quad (2)$$

Il s'agit maintenant de calculer cette expression. Les crochets sont les déterminants formés par les coordonnées des points dans le plan projectif  $\mathbf{P}(E)$ . Écrit dans une base de E, si  $a=(x_1, y_1, 1)$ ,  $d=(x_4, y_4, 1)$ , et  $e=(x_5, y_5, 1)$ , alors par exemple,

$$[a, d, e] = \det \begin{pmatrix} x_1 & x_4 & x_5 \\ y_1 & y_4 & y_5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = x_1 y_4 - x_1 y_5 + y_1 x_5 - y_1 x_4 + x_4 y_5 - x_5 y_4 \quad ,$$

et ainsi de suite pour les sept autres déterminants. L'application de ce critère simplifie considérablement les calculs ! Une autre feuille du même classeur permet d'effectuer très aisément ce calcul dès que sont saisis les paires de coordonnées des six points pris sur une ligne horaire ou sur tout autre ligne d'ailleurs, comme un arc diurne par exemple. Cette feuille est nommée « *Critère de conicité* ». Les coordonnées  $(x ; y)$  des six points doivent être impérativement saisis dans la première feuille intitulée « *Pb1\_Théorème de Pascal* ». Il suffira d'observer la valeur de la différence des produits des quatre déterminants pour conclure.

**Deuxième problème – Genre de la conique [2].** Il nous a fallu 5 points plus 1 pour pouvoir affirmer ou infirmer que les points d'une ligne horaire appartiennent à une courbe du second degré. Il ne faudra désormais que 5 points pour déterminer l'équation de la conique et accéder à son genre.

Plusieurs méthodes existent pour déterminer l'équation de la conique passant par cinq points donnés. La méthode la plus expéditive est celle qui consiste à résoudre le système d'équations en considérant les cinq points pris à la fois. Des logiciels de calcul formel permettent d'automatiser la résolution (méthode de Gauss-Jordan) ; de tels outils ne sont pas à la portée de tous. Une autre solution, plus simple a priori, et qui ne demande qu'une calculatrice ou encore un tableur, est celle qui fait appel au théorème de *Papus*.

*Théorème de Papus sur les coniques.* Il s'agit des propriétés des distances dans un quadrilatère inscrit à une conique. Considérons cinq points d'une conique (fig. 2) :  $M_1, M_2, M_3, M_4$  et  $M_5$  et le quadrilatère inscrit  $M_1 M_2 M_3 M_4$ . Si du cinquième point de la conique on abaisse des perpendiculaires sur les quatre côtés du quadrilatère inscrit, alors le quotient du produit des perpendiculaires abaissées sur les côtés opposés divisé par le produit des perpendiculaires abaissées sur les deux autres côtés est *constant*. Une autre façon de voir les choses, est de dire qu'il existe une et une seule conique passant par les cinq points donnés. C'est ce que nous fait

<sup>9</sup> On consultera avec un intérêt certain, le projet d'ouvrage de Daniel Perrin « *Géométrie projective* » dont les cinq premières parties sont en ligne sur le site internet : <http://www.math.u-psud.fr/~perrin/>. On consultera notamment la partie 3, §4.3.1, page 113-115 (<http://www.math.u-psud.fr/~perrin/Livregeometrie/DPPartie3.pdf>).

<sup>10</sup> Il est sous-entendu qu'il s'agit d'une conique projective.

savoir le théorème de Pappus en permettant en même temps d'obtenir directement l'équation de cette conique<sup>11</sup>, et c'est ce qui nous intéresse précisément ici.

*Équation d'une ligne horaire.* Soient  $M_1(x_1;y_1)$ ,  $M_2(x_2;y_2)$ ,  $M_3(x_3;y_3)$ ,  $M_4(x_4;y_4)$ , quatre points connus d'une ligne horaire  $L_t$ ,  $t$  étant l'angle horaire vrai du soleil (fig.2). Soient  $A=0$ ,  $B=0$ ,  $C=0$ ,  $D=0$ , les équations en  $x$  et  $y$  des quatre droites<sup>12</sup> formées par les côtés consécutifs  $M_1M_2$ ,  $M_2M_3$ ,  $M_3M_4$ ,  $M_1M_4$  du quadrilatère  $M_1M_2M_3M_4$  inscrit à la ligne  $L_t$ . Soit enfin  $M_5(x_5;y_5)$  un cinquième point de cette ligne horaire. Alors les distances de ce cinquième point de la courbe à ces quatre droites sont proportionnelles aux polynômes du premier degré  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . D'après le théorème de Pappus,

$$AC - \lambda BD = 0 \quad (3)$$

où  $\lambda$  est une constante arbitraire exprimant la proportionnalité des distances du cinquième point aux côtés opposés pris deux à deux. On a donc l'égalité:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{A_5 C_5}{B_5 D_5} \quad (4)$$

En notant  $A_5$ ,  $B_5$ , etc., ce que deviennent chacune des équations des droites lorsqu'on remplace  $x$  et  $y$  par  $x_5$  et  $y_5$ . (4) est alors l'équation de la conique  $L_t$  passant par les cinq points choisis. Pour une certaine commodité d'écriture, posons tout de suite :  $\alpha = A_5$  ,  $\beta = B_5$  ,  $\gamma = C_5$  et  $\delta = D_5$  . Chassons les dénominateurs et développons :

$$\frac{(a_1 x - b_1 y + c_1)(a_3 x - b_3 y + c_3)}{(a_2 x - b_2 y + c_2)(a_4 x - b_4 y + c_4)} = \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta}$$

$$(a_1 x - b_1 y + c_1)(a_3 x - b_3 y + c_3)\beta \delta = (a_2 x - b_2 y + c_2)(a_4 x - b_4 y + c_4)\alpha \gamma$$

$$\beta \delta (a_1 a_3 x^2 - a_1 b_3 x y + a_1 c_3 x - a_3 b_1 x y + b_1 b_3 y^2 - b_1 c_3 y + a_3 c_1 x - b_3 c_1 y + c_1 c_3) = \alpha \gamma (a_2 a_4 x^2 - a_2 b_4 x y + a_2 c_4 x - a_4 b_2 x y + b_2 b_4 y^2 - b_2 c_4 y + a_4 c_2 x - b_4 c_2 y + c_2 c_4)$$

$$a_1 a_3 \beta \delta x^2 - (a_1 b_3 + a_3 b_1) \beta \delta x y + b_1 b_3 \delta y^2 + (a_1 c_3 + a_3 c_1) \beta \delta x - (b_1 c_3 + b_3 c_1) \beta \delta y + c_1 c_3 \beta \delta = a_2 a_4 \alpha \gamma x^2 - (a_2 b_4 + a_4 b_2) \alpha \gamma x y + b_2 b_4 \alpha \gamma y^2 + (a_2 c_4 + a_4 c_2) \alpha \gamma x - (b_2 c_4 + b_4 c_2) \alpha \gamma y + c_2 c_4 \alpha \gamma$$

En regroupant les termes identiques, on obtient :

$$(a_1 a_3 \beta \delta - a_2 a_4 \alpha \gamma) x^2 + [(a_2 b_4 + a_4 b_2) \alpha \gamma - (a_1 b_3 + a_3 b_1) \beta \delta] x y + (b_1 b_3 \beta \delta - b_2 b_4 \alpha \gamma) y^2 + [(a_1 c_3 + a_3 c_1) \beta \delta - (a_2 c_4 + a_4 c_2) \alpha \gamma] x + [(b_2 c_4 + b_4 c_2) \alpha \gamma - (b_1 c_3 + b_3 c_1) \beta \delta] y + c_1 c_3 \beta \delta - c_2 c_4 \alpha \gamma = 0$$

Équation du second degré qui se met sous la forme classique :

$$ax^2 + bx y + c y^2 + d x + e y + f = 0 \quad (5)$$

avec les six coefficients de la conique :

<sup>11</sup> Cf. *Équation d'une conique passant par cinq points donnés*, Nouvelles Annales de Mathématiques, 1ère série, tome 16 (1857), p. 418-421. Sans faire de plagia, les résultats contenus dans cette étude nous ont servi de modèle d'application.

<sup>12</sup> On écrira chacune des droites sous la forme cartésienne  $a_k x - b_k y + c_k = 0$ , avec  $k$  numéro correspondant au côté du quadrilatère inscrit à la conique.

$$\begin{cases} a = a_1 a_3 \beta \delta - a_2 a - 4 \alpha \gamma \\ b = (a_2 b_4 + a b_2) \alpha \gamma - (a_1 b_3 + a_3 b_1) \beta \delta \\ c = b_1 b_3 \beta \delta - b_2 b_4 \alpha \gamma \end{cases} \quad \begin{cases} d = (a_1 c_3 + a_3 c_1) \beta \delta - (a_2 c_4 + a_4 c_2) \alpha \gamma \\ e = (b_2 c_4 + b_4 c_2) \alpha \gamma - (b_1 c_3 + b_3 c_1) \beta \delta \\ f = c_1 c_3 \beta \delta - c_2 c_4 \alpha \gamma \end{cases}$$

Les coefficients  $\{a_k, b_k, c_k\}$  s'expriment en fonctions des coordonnées des quatre premiers points :

$$\begin{cases} a_1 = y_1 - y_2 \\ b_1 = x_1 - x_2 \\ c_1 = x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = y_2 - y_3 \\ b_2 = x_2 - x_3 \\ c_2 = x_2 y_3 - x_3 y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 = y_3 - y_4 \\ b_3 = x_3 - x_4 \\ c_3 = x_3 y_4 - x_4 y_3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_4 = y_4 - y_1 \\ b_4 = x_4 - x_1 \\ c_4 = x_4 y_1 - x_1 y_4 \end{cases} \quad (6)$$

et pour le produit des rectangles faisant intervenir le cinquième point, on a :

$$\begin{cases} \alpha \gamma = (a_1 x_5 - b_1 y_5 + c_1)(a_3 x_5 - b_3 y_5 + c_3) \\ \beta \delta = (a_2 x_5 - b_2 y_5 + c_2)(a_4 x_5 - b_4 y_5 + c_4) \end{cases} \quad (6bis)$$

Le calcul du discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$  donnera le genre de la conique. Le calcul du triplet  $(a, b, c)$  est alors suffisant pour déterminer à quel genre de conique la ligne horaire est susceptible d'appartenir.

Nous avons ainsi un formulaire très simple permettant d'écrire l'équation cartésienne de n'importe quelle ligne horaire, et de reconnaître par là-même s'il s'agit d'un segment de droite, d'une portion de parabole, d'hyperbole ou encore d'ellipse. Mais nous savons désormais ce qu'il en est grâce aux résultats numériques à disposition et aussi grâce à la proposition [2].

### ***Nature des Lignes horaires au cas par cas – Exemples numériques.***

Voici deux séries d'applications numériques qui illustrent largement les propositions sur les lignes horaires. La première série est celle où la latitude varie pour une même configuration des fils. On a choisi,  $\phi = 15^\circ$ ,  $\phi = 43^\circ 43'$  et  $\phi = 60^\circ$ , sans considération de longitude ( $\lambda = 0$ ) ou de fuseau horaire (cf. figures 3.1). La deuxième série est celle où la configuration des gnomons varie sous une même latitude. On a fixé  $\phi = 43^\circ 43'$ , là aussi, sans considération de longitude ou de fuseau horaire (cf. figures 3.2). On prendra dans la série 1 une seule ligne horaire,  $t = 9^h$ . Dans la série 2, on prendra les lignes horaires  $t = 10^h$ ,  $t = 12^h$  et  $t = 13^h$ . Les résultats sont regroupés dans les tableaux ci-dessous.

#### ***Série 1 - Différentes latitudes, même angle horaire ( $t = 9^h$ par exemple)***

***Cadran 1-1 (Fig. 3.1a).***

$n^\circ$	Coordonnées du point <sup>13</sup>		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	-65.3489284278786	-7.3981584919402		$diff. = -2 \times 10^{-8}$	Hyperbole

<sup>13</sup> Le nombre de décimales est volontairement exagéré...

M <sub>2</sub>	-59.3539071247452	-17.1634959396151	$\mu_1=0,79126351$ $\mu_2=0,79126351$ $diff.=0$		
M <sub>3</sub>	-55.1515182861185	-26.2061790276964			
M <sub>4</sub>	-51.7368917794779	-34.8743029431454			
M <sub>5</sub>	-48.7331077939580	-43.3454541499275			
M <sub>6</sub>	-46.3428392914812	-50.5534615327265			

Cadran 1-2 (Fig. 3.1b)

n°	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>			
M <sub>1</sub>	107,0931937546880	97,9298184022881	$\mu_1=1,19545688$ $\mu_2=1,19545688$ $diff.=6,7 \times 10^{-15}$	$diff. = 5 \times 10^{-5}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-90,5175301725576	75,0480964147486			
M <sub>3</sub>	-76,6086771726269	56,5353392342310			
M <sub>4</sub>	-64,0221646617164	40,9396067430571			
M <sub>5</sub>	-50,9558176121998	27,0840707465826			
M <sub>6</sub>	-31,4382637234876	12,9372045241112			

Cadran 1-3 (Fig. 3.1c)

n°		y <sub>i</sub>	Critère 1	Critère 2	Genre

Série 2 - Différentes configurations des fils sous une même latitude.

Cadran 2-1 (Fig. 3.2a)

t = 10<sup>h</sup>

n°		y <sub>i</sub>	Critère 1	Critère 2	Genre

t = 12<sup>h</sup>

n°	Coordonnées du point	Critère 1	Critère 2	Genre
----	----------------------	-----------	-----------	-------

	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	146.364581595069	226.54561592045	$\mu_1 = 1,06946434$ $\mu_2 = 1,06946434$ $diff. = 1,8 \times 10^{-13}$	$diff. = -1,4 \times 10^{-5}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	151.402694070931	223.191796265031			
M <sub>3</sub>	157.629616704299	221.872350621007			
M <sub>4</sub>	165.610465418465	222.989231455169			
M <sub>5</sub>	176.329161233419	227.413641199049			
M <sub>6</sub>	189.097265735453	235.184633887970			

$t = 13^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	247.554195652524	454.599769825366	$\mu_1 = 0,99205884$ $\mu_2 = 0,99205884$ $diff. = 0$	$diff. = 4,8 \times 10^{-3}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	248.467333411899	426.790312441381			
M <sub>3</sub>	252.512419303113	405.45790589939			
M <sub>4</sub>	259.471563723688	392.761195715706			
M <sub>5</sub>	269.5077454466	387.036230762364			
M <sub>6</sub>	283.246458430399	387.800637512645			

Cadran 2-2 (Fig. 3.2b)

$t = 10^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	- 74.2156022340886	168.377868040319	$\mu_1 = 0,9893361$ $\mu_2 = 0,9893361$ $diff. = -1,2 \times 10^{-15}$	$diff. = -1,2 \times 10^{-1}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	- 68.0489611204818	152.751360159827			
M <sub>3</sub>	- 62.5781481480308	138.850977776555			
M <sub>4</sub>	- 57.6512856510885	126.290977737947			
M <sub>5</sub>	- 53.1552242696007	114.780850203402			
M <sub>6</sub>	- 49.5739626959455	105.566644292834			

$t = 12^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	22.7778983042455	323.137387446743	$\mu_1 = 0,92767162$ $\mu_2 = 0,92767162$ $diff. = -1,3 \times 10^{-13}$	$diff. = 7,8 \times 10^{-11}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	22.8390783239478	283.642305218417			
M <sub>3</sub>	22.9105848279918	248.213081462861			
M <sub>4</sub>	22.9830115237209	220.357746555656			
M <sub>5</sub>	23.0571019708316	197.681750763661			
M <sub>6</sub>	23.1336679356125	178.69342343732			

$t = 13^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	60.5931376286335	139.191926530619	$\mu_1 = 0,98221389$ $\mu_2 = 0,98221389$ $diff. = -1,1 \times 10^{-15}$	$diff. = 2,7 \times 10^{-13}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	58.3551850904544	126.677576342607			
M <sub>3</sub>	56.3526814992803	115.400432948398			
M <sub>4</sub>	54.5371417997576	105.089250634642			
M <sub>5</sub>	52.8721170565077	95.5349632374707			
M <sub>6</sub>	51.5418213680946	87.8111532251563			

Cadran 2-3 (Fig. 3.2c)

$t = 10^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	0.735276	-2.0951	$\mu_1 = 0,99273455$ $\mu_2 = 0,99273441$ $diff. = -1,4 \times 10^{-7}$	$diff. = 4,3 \times 10^{-20}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	0.680446	-1.95541			
M <sub>3</sub>	0.631579	-1.83065			
M <sub>4</sub>	0.587732	-1.71846			
M <sub>5</sub>	0.548153	-1.61696			
M <sub>6</sub>	0.512232	-1.52461			

$t = 12^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	-0.16715	-0.368098	$\mu_1 = 1,01197148$ $\mu_2 = 1,01196942$ $diff. = -2,1 \times 10^{-6}$	$diff. = -1,7 \times 10^{-22}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-0.163152	-0.349253			
M <sub>3</sub>	-0.159	-0.330763			
M <sub>4</sub>	-0.154681	-0.312604			
M <sub>5</sub>	-0.15018	-0.294753			
M <sub>6</sub>	-0.145482	-0.277185			

$t = 13^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	-0.418646	-0.748161	$\mu_1 = 0,99064806$ $\mu_2 = 0,99064696$ $diff. = -1,1 \times 10^{-6}$	$diff. = 9,1 \times 10^{-22}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-0.409424	-0.717133			
M <sub>3</sub>	-0.400365	-0.687337			
M <sub>4</sub>	-0.391444	-0.658677			
M <sub>5</sub>	-0.382641	-0.631067			

$M_6$	-0.373936	-0.604427			
-------	-----------	-----------	--	--	--

**Conclusion.** L'affirmation sur les lignes horaires d'un bifilaire horizontal « (...) *prennent toutes les formes des sections coniques* » est insuffisante, voire inexacte. En fait les lignes horaires ne prennent que deux genres : la droite et l'hyperbole. Pour être encore plus explicite, c'est seulement la ligne de midi qui pourra être un segment de droite (dès qu'un des fils est plongé dans le plan méridien), les autres lignes étant astreintes à être des branches d'hyperboles. On retiendra les propriétés suivantes pour un cadran solaire bifilaire horizontal à fils quelconques :

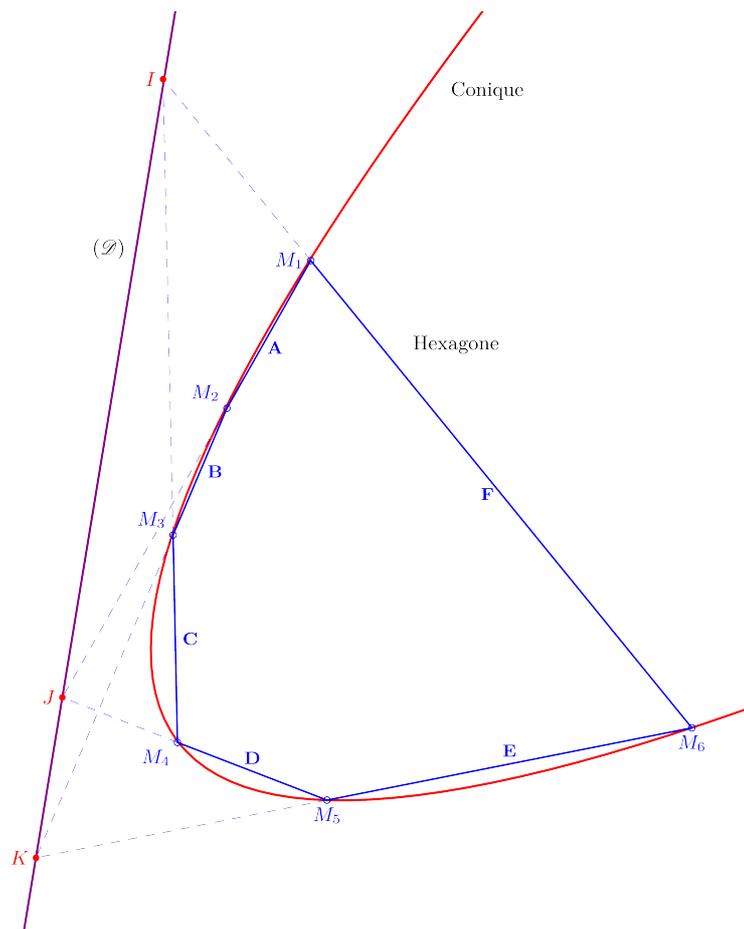
(1) « *Les lignes horaires sont des coniques* ».

(2) « *Une ligne horaire est une branche d'hyperbole, ou un segment de droite* ».

Afin de valider numériquement parlant ces deux propositions, on a construit sur tableur un programme qui permet de savoir si les points d'une courbe sont sur une conique et d'en déterminer ensuite le genre. Ce programme de test est parfaitement utilisable sur n'importe quelle espèce de ligne d'un cadran solaire, et par extension on pense en particulier aux arcs-diurnes. Avec l'arrivée du logiciel HUGO, la même question demeure : qu'en est-il des lignes horaires dans les cadrans solaires bifilaires inclinés déclinants ? Cela fera peut-être l'objet d'une prochaine étude, et probablement à cette occasion, un changement dans le point de vue géométrique sera nécessaire si l'on veut comprendre pourquoi les lignes horaires ne sont que des hyperboles. Ce changement de point de vue sera plus que nécessaire lorsqu'on envisagera le difficile problème de la nature des arcs-diurnes.

## *Figures*

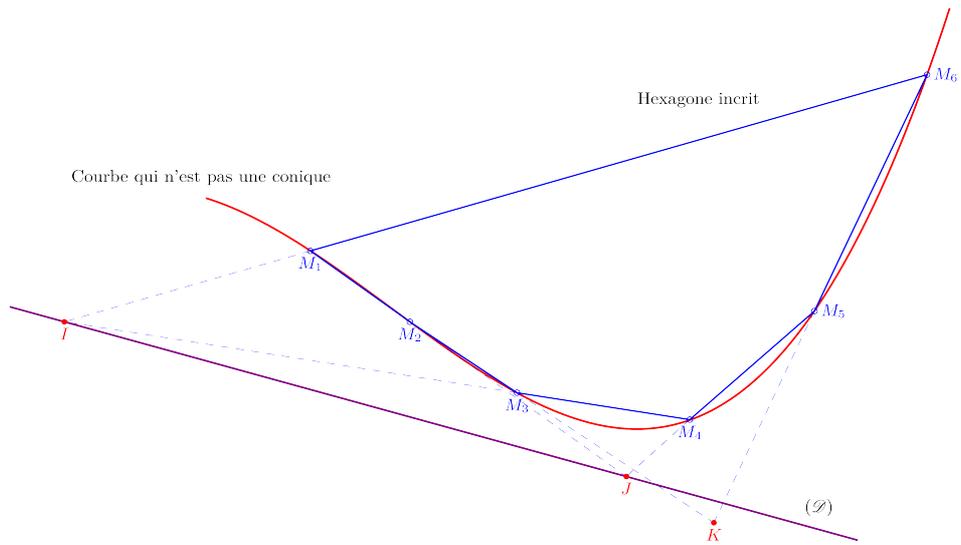
**Figure 1-a.** *Hexagone inscrit à une conique (théorème de Pascal)*



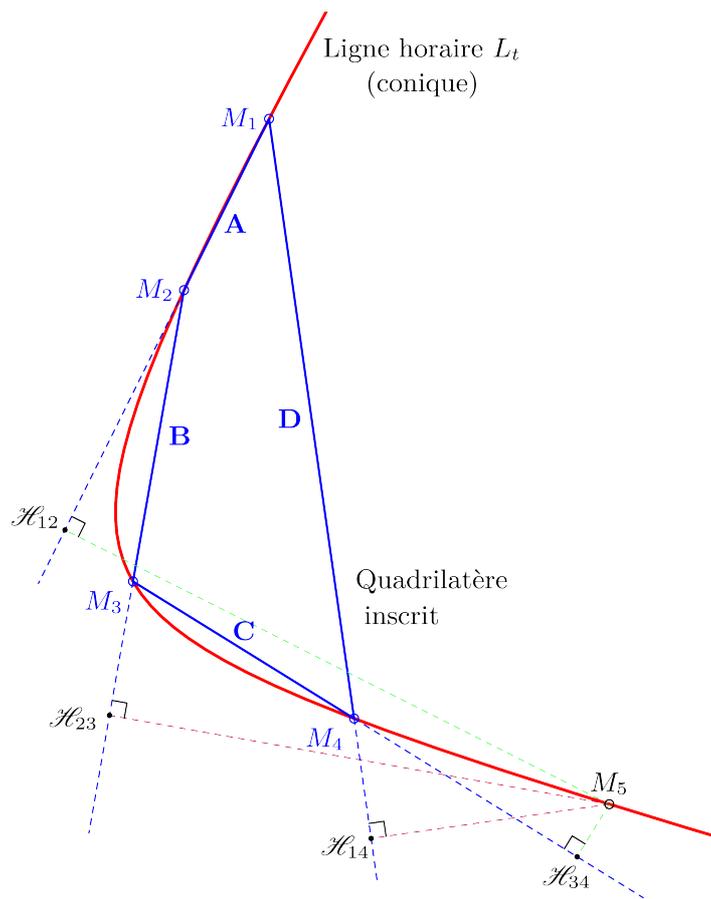
**Figure 1-b.** Hexagone inscrit à une courbe qui n'est pas une conique<sup>14</sup>

<sup>14</sup>La courbe utilisée en contre-exemple, est une courbe du troisième degré (cubique) :  $0,05 x^3 - 0,75 x - y = 0$ .





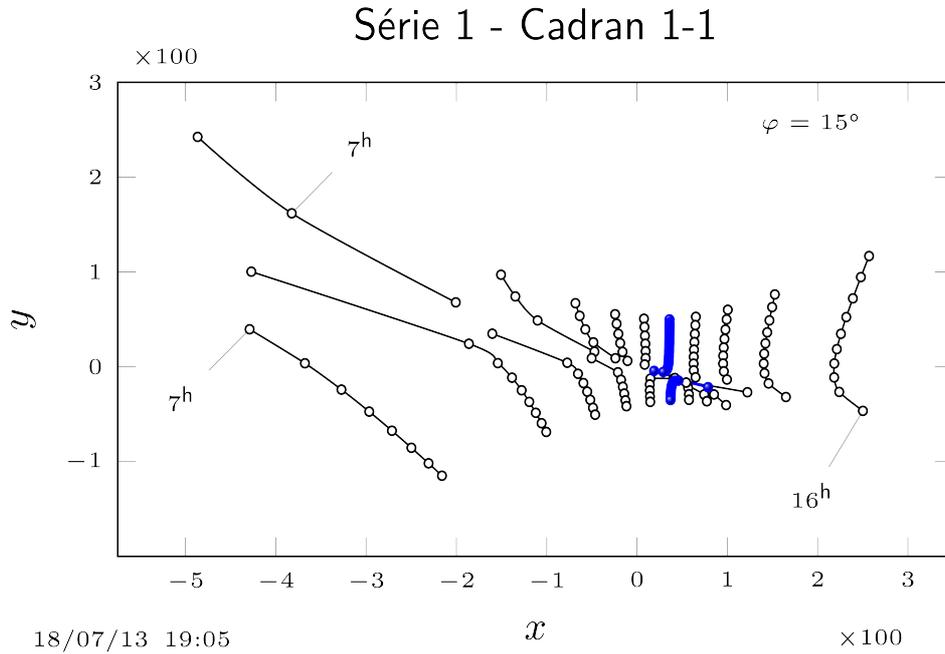
**Figure 2.** *Quadrilatère inscrit à une conique (théorème de Pappus).*



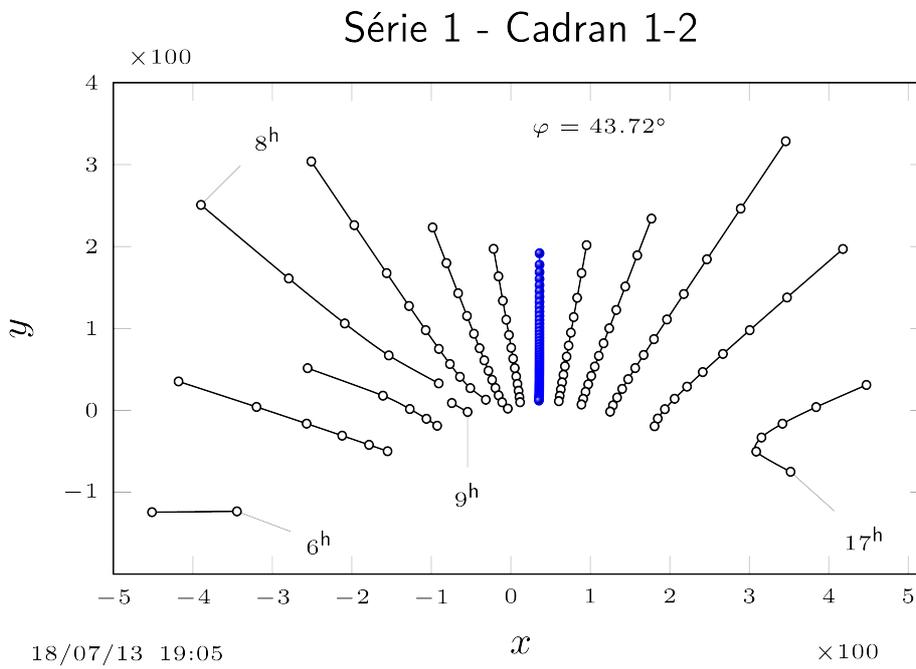
**Figure 3.** *Lignes horaires dans un cadran solaire bifilaire horizontal*

**Série 1.**

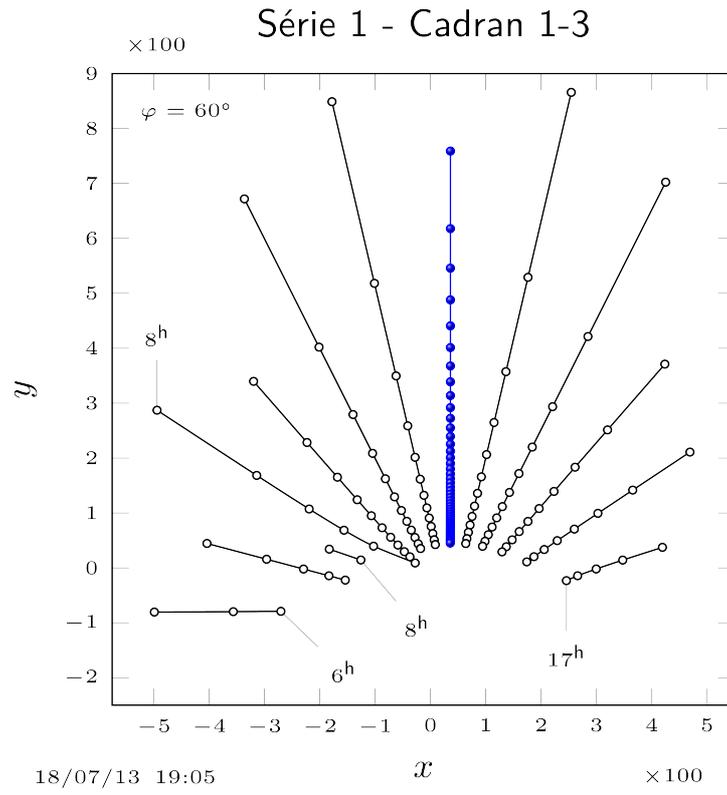
**Fig. 3-1a.**



**Fig. 3-1b.**



**Fig. 3-1c.**



*Série 2.*

*Fig. 3-2a.*

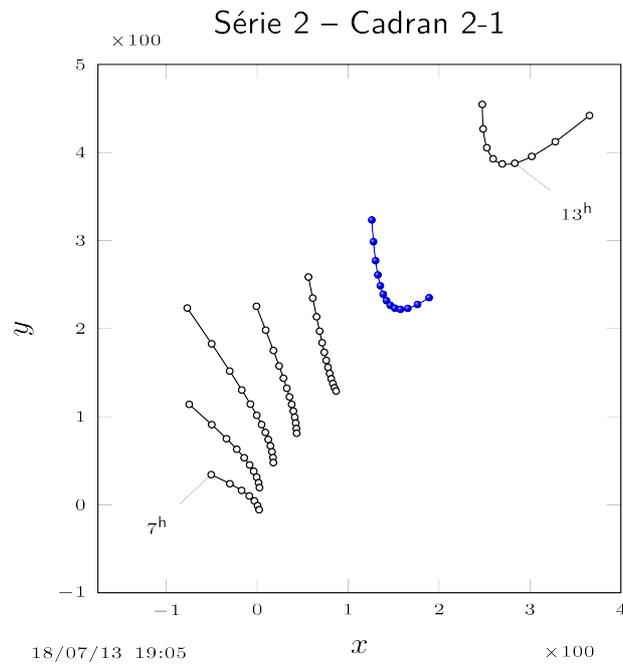


Fig. 3.2b.

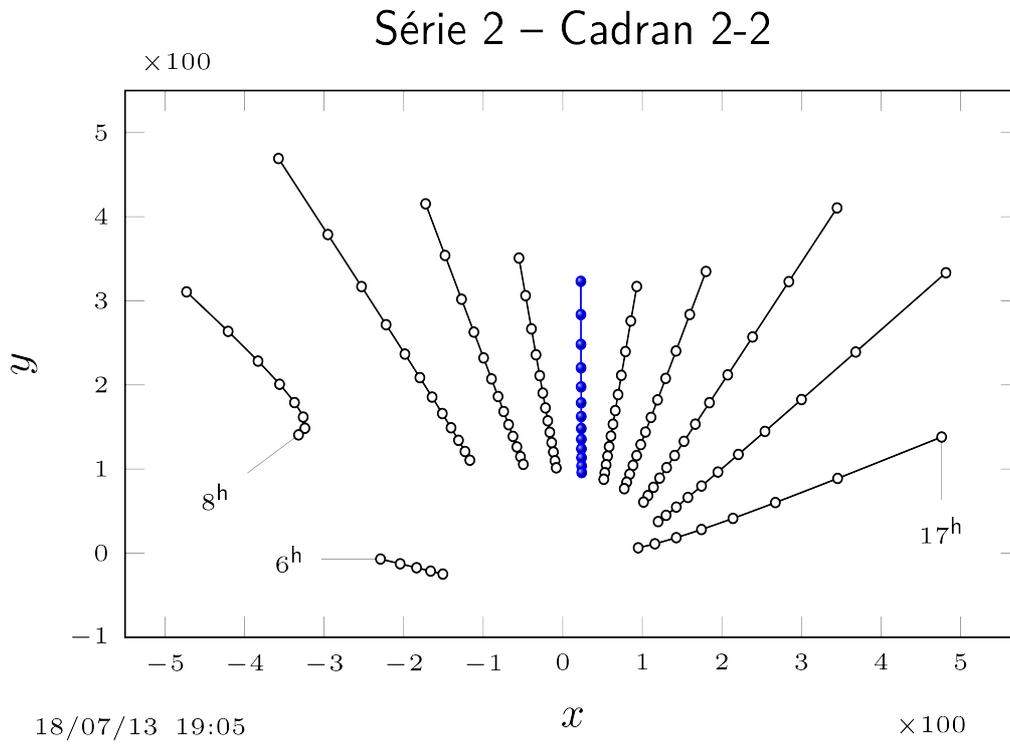


Fig. 3.2c.

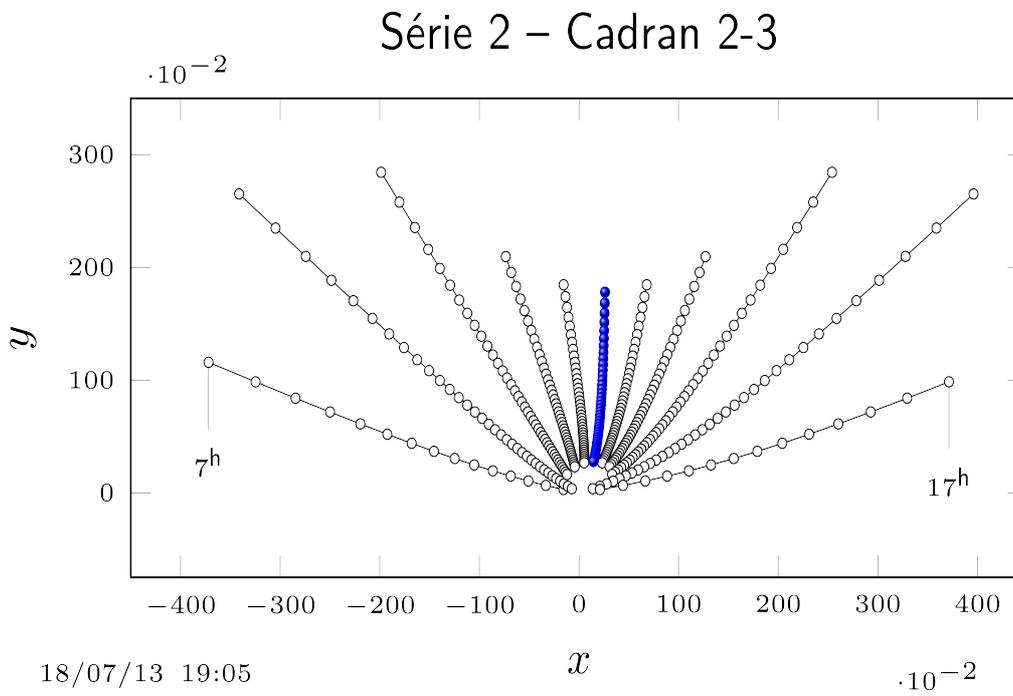


Tableau des caractéristiques des fils

N°	Latitude	Fil 1				Fil 2			
		Az <sub>1</sub> (°)	z <sub>1</sub> (°)	Origine (x <sub>10</sub> ; y <sub>10</sub> )	Distance au cadran	Az <sub>2</sub> (°)	z <sub>2</sub> (°)	Origine (x <sub>20</sub> ; y <sub>20</sub> )	Distance au cadran
Cadran 1-1	15° N	120	25	(0 ; 0)	--	-120	10	(50 ; -15)	--
Cadran 1-2	43.72° N	120	25	(0 ; 0)	--	-120	10	(50 ; -15)	--
Cadran 1-3	60° N	120	25	(0 ; 0)	--	-120	10	(50 ; -15)	--
Cadran 2-1	43.72° N	45	65	(0 ; 0)	--	50	15	(100 ; 0)	--
Cadran 2-2	43.72° N	25	25	(0 ; 0)	--	-25	30	(50 ; 0)	--
Cadran 2-3	43.72° N	90	90	--	0.75	45	30	(0 ; 0)	--

**Remarques :**

*La ligne de midi est en bleu. Les images, les listings de coordonnées et les sources LaTeX sont disponibles en annexe de la version CD-Rom.*

*Avec le contenu du classeur « Theoreme de Pascal\_Conique projective.xlsx », le lecteur peut tester chacune des lignes horaires à sa convenance et vérifier les conclusions avancées. Il est nécessaire de faire observer que les coordonnées des points obtenus par le logiciel Hugo ne donnent pas encore de résultats probants... Cette difficulté aurait pour origine l'algorithme de calcul de l'éphéméride qui ne serait pas suffisamment précis dans le positionnement des points de coordonnées.*

*Cela n'affecte cependant pas l'allure générale du tracé comme cela peut être vérifié, et suffit probablement même pour des réalisations concrètes. On a utilisé un programme de calcul sous le tableur Excel afin de palier à ce problème. Le fichier est appelé : « bifilaireHorizontal\_2013.xls ». Cependant, le cas d'un fil horizontal n'est pas implémenté dans cette version du fichier : on donc eu recours au logiciel de ray-tracing et je remercie M. Baillet pour son aide à la construction du fichier Povray correspondant (élaboré en 2003-2004). Le logiciel Povray fourni par défaut un listing de coordonnées des points avec 5 décimales. On n'est pas parvenu à faire afficher le même nombre de décimales que le logiciel Excel, mais cela n'a pas de conséquence particulière.*

⇒  **Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :**

Le dossier "Bifilaire Collin" contenant :

- ° les figures de l'article,
- ° les calculs sous Excel :

("bifilaire-Horizontal\_2013.xls" et "The:uõreçmePascal Projective.xlsx").





## Lignes horaires dans un cadran bifilaire

Dominique Collin

*Cet article fait suite à celui publié dans cadran Info n° 27 de mai 2013, (section 7). Il présente la nature des lignes horaires dans un cadran solaire horizontal bifilaire à fils quelconques.*

Restituons d'abord le contexte. Dans une première étude sur le cadran solaire bifilaire horizontal<sup>1</sup> où chaque fil a une position quelconque au-dessus du plan du cadran, il a été établi que la *ligne de midi* pouvait être un segment de droite ou une portion d'une conique. Les autres lignes horaires n'avaient pas été traités d'une part en raison de la complexité des coordonnées du point d'ombre et d'autre part parce que ce cadre d'étude dépassait les objectifs proposés. Suite à la réalisation d'un programme informatique de tracé de ce bifilaire horizontal (Mercier & Collin, *op. cit.*), il a été émis une conjecture sur les lignes horaires : "*les lignes horaires prennent toutes les formes des sections coniques [...]*". Cette conjecture n'est pas tout à fait exacte ; on donne deux propositions rectificatrices, encore inédites, sur les lignes horaires de cette variété de bifilaire. Pour effectuer les vérifications nécessaires de ces propositions face à la considérable multitude de graphiques que l'on peut obtenir, on fournit des critères très utiles concernant les coniques. Les critères, purs extraits de deux théorèmes fondamentaux sur les coniques, seront exposés sous forme de problèmes distincts<sup>2</sup>. Le premier problème consiste à démontrer qu'une ligne horaire est une courbe plane  $L_i$  (éventuellement vide ou réduite à un point) admettant dans un certain repère orthonormal du plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , une équation du second degré de la forme  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ , où  $a, b, c, d, e$  et  $f$  sont six réels quelconques avec  $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ . C'est l'application du théorème de *Pascal* sur les coniques. Le deuxième problème est la détermination du genre de la conique, en plus de son équation cartésienne. C'est l'application du théorème de *Papus*. On complète notre analyse par un certain nombre d'exemples numériques appuyés de figures explicites.

**Propositions sur les lignes horaires.** Dans un cadran solaire bifilaire horizontal à fils rectilignes quelconques, supposés sans épaisseur :

- [1] *Les lignes horaires sont des coniques.*
- [2] *Une ligne horaire est une branche d'hyperbole<sup>3</sup>, ou un segment de droite.*

□

<sup>1</sup> D. Collin, *Vers une finalisation des cadrans solaires bifilaires à fils rectilignes*, Cadran-info n° 13, 2005, Annexes (version CD-Rom).

<sup>2</sup> La méthode développée ici est totalement indépendante de la position du plan du cadran bifilaire sur l'horizon et même du système bifilaire rectiligne utilisé ! Au moment où cette étude était terminée, M. Éric Mercier modifia le logiciel de tracé de bifilaire afin de l'étendre aux bifilaires inclinés et déclinants à fils quelconques, pour proposer le logiciel HUGO fonctionnant sous système Macintosh. Étude qui est présentée dans ce Cadran-Info même.

<sup>3</sup> Conique non dégénérée (ou conique à centre).

**Preuve.** Le point de départ est le résultat obtenu dans l'étude initiale (2005, *op. cit.*). Au chapitre 5, §5.3, « *famille des lignes horaires* » on retiendra les formules (5-1a) et (5-1c) concernant la ligne de midi. On remarque d'abord que l'équation de la ligne de midi ne dépend pas de la latitude  $\varphi$  : le degré de cette courbe n'est donc pas affecté par les changements de latitude. On observe ensuite que l'équation de la ligne de midi est de forme homographe :  $y = x \frac{\mu_1 x + \mu_2}{\mu_3 x + \mu_4}$ , où les  $\mu_i$  sont des coefficients réels, déterminés

seulement en fonction des caractéristiques des fils. Alors de même, la modification des caractéristiques géométriques des fils n'affecte pas la ligne de midi. De cette équation on en déduit que la ligne de midi est une *conique* de genre *hyperbole*<sup>4</sup> (et en général, une hyperbole non équilatère) ; si de plus il arrive que  $\mu_4 = 0$ , la ligne de midi est affine (on ne déterminera pas les conditions qui rendent nul ce coefficient). Les propositions [1] et [2] sont vraies pour la ligne de midi.

Mais également, la ligne de midi est un élément de la famille des lignes horaires. Ces lignes ont pour paramètres l'angle horaire vrai  $t$ , qui, lorsqu'il est fixé, impose un lieu géométrique lorsque la déclinaison du soleil varie entre les solstices. Il faut reconnaître que ce qui se produit pour une valeur donnée de  $t$ , se reproduit également pour d'autres valeurs durant toute les périodes d'ensoleillement du plan horizontal. Le *degré* et le *genre* de ces courbes n'est pas affecté par les changements de latitude, ni par les changements de configuration des fils du système bifilaire, ni encore par l'angle horaire  $t$ . Ceux-ci restent les mêmes pour tout élément  $L_t$  de la famille des lignes horaires. D'où les deux propositions. Le cas singulier où la ligne horaire est affine ne concerne que la ligne de midi, en supposant bien entendu que les fils n'aient aucun point en commun, auquel cas toutes les lignes horaires seront concernées en abaissant le degré de la courbe horaire d'une unité, comme nous le savons déjà<sup>5</sup>.



On présente maintenant les outils qui permettent de vérifier par voie numérique les deux propositions énoncées ci-dessus, afin de pouvoir les exercer sur tout espèce de cadran bifilaire, comme ceux exposés dans le précédent article (Mercier & Collin, *op. cit.*).

**Premier problème [1].** La première question que l'on se pose, au vu de la quantité de tracés de bifilaires que l'on peut obtenir avec le logiciel de M. Mercier (*cf.* E. Mercier, 2013), est de savoir si les lignes horaires  $L_t$  sont des sections coniques. Cela avait été démontré pour la ligne de midi seule<sup>6</sup> : qu'en est-il des autres lignes de la famille des lignes horaires ?

*I<sup>ère</sup> Solution.* On utilise la réciproque du théorème de Pascal concernant la propriété de l'hexagone inscrit à une conique<sup>7</sup>. Considérons 6 points distincts (non alignés) d'une ligne

<sup>4</sup> En raison de la forme homographe : rapport de deux polynômes du premier degré, ou rapport d'un polynôme du second degré et d'un polynôme du premier degré.

<sup>5</sup> Si les fils ont un point commun, alors le cadran bifilaire devient un cadran classique dans lequel les lignes horaires sont des portions de droites, intersection des plans horaires passant par l'axe des pôles avec le plan de l'horizon. La désolidarisation du gnomon classique (polaire ou droit) en deux gnomons distincts provoque cette situation extrêmement remarquable et complexe. Rappelons-le, cette idée est due à l'éminent gnomoniste Hugo Michnik.

<sup>6</sup> Sans curieusement en donner le genre – D. Collin, *op. cit.*

<sup>7</sup> Michel Chasles, "*Traité des sections coniques faisant suite au Traité de géométrie supérieure*", édition Jacques Gabay, 2007, réimpression autorisée de la première (et unique) partie du Traité des sections coniques publiée par Gauthier-Villars en 1865. Une très remarquable démonstration du théorème de Pascal se trouve au chapitre II, §22, p. 18.

horaire  $L_t$  et l'hexagone inscrit  $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$  formé par ces 6 points ordonnées (figures 1-a & 1-b). Considérons les prolongements des côtés opposés de l'hexagone ( $M_6M_1$  ;  $M_3M_4$ ), ( $M_1M_2$  ;  $M_4M_5$ ) et ( $M_2M_3$  ;  $M_5M_6$ ). Si les 3 points d'intersection  $I, J, K$  des trois couples de faisceau de droites sont alignés, alors les sommets de l'hexagone sont sur une conique (figure 1-a). Cette condition est *suffisante*. Si cela fonctionne pour une ligne horaire prise « au hasard » dans la famille des lignes horaires, alors on admettra que cela est vrai pour toutes les lignes de la famille des lignes horaires. Dans le cas contraire, la ligne passant par les sommets de l'hexagone n'appartient pas à une courbe du second degré (contre exemple en figure 1-b) ; elle devra être considéré comme étant d'un ordre supérieur. Pour démontrer que les points  $I, J, K$  sont sur une même droite (D), il suffit de montrer que les vecteurs  $\vec{IJ}$  et  $\vec{IK}$  sont colinéaires, c'est-à-dire qu'il existe un réel  $\mu$  non nul, tel que  $\vec{IK} = \mu \vec{IJ}$ . Il existe bien sûr d'autres démonstrations, probablement plus élégantes, comme celle fondée sur les propriétés du birapport d'un faisceau de droites ; on a délibérément choisi la voie analytique. Soient donc  $M_1(x_1;y_1), M_2(x_2;y_2), M_3(x_3;y_3), M_4(x_4;y_4), M_5(x_5;y_5), M_6(x_6;y_6)$ , six points connus d'une même ligne horaire  $L_t$ , (fig.1-a ou 1-b). Soient  $A=0, B=0, C=0, D=0, E=0$  et  $F=0$ , les équations en  $x$  et  $y$  des six droites formées par les côtés consécutifs  $M_1M_2, M_2M_3, M_3M_4, M_4M_5, M_5M_6$ , et  $M_6M_1$  de l'hexagone inscrit à la ligne horaire  $L_t$  :

$$\begin{aligned} A &= a_{12}x - b_{12}y + c_{12} = 0, \\ B &= a_{23}x - b_{23}y + c_{23} = 0, \\ C &= a_{34}x - b_{34}y + c_{34} = 0, \\ D &= a_{45}x - b_{45}y + c_{45} = 0, \\ E &= a_{56}x - b_{56}y + c_{56} = 0, \\ F &= a_{61}x - b_{61}y + c_{61} = 0. \end{aligned}$$

Les coefficients  $\{a_{ij} ; b_{ij} ; c_{ij}\}$  sont de la forme :  $a_{ij} = y_i - y_j$ ,  $b_{ij} = x_i - x_j$  et  $c_{ij} = x_i y_j - x_j y_i$  et dans lesquels les indices  $i$  et  $j$  sont ceux rencontrés dans les équations des six côtés de l'hexagone. On a les trois points d'intersection :  $I = (M_6M_1) \cap (M_3M_4)$ ,  $J = (M_1M_2) \cap (M_4M_5)$  et  $K = (M_2M_3) \cap (M_5M_6)$ . Leurs coordonnées sont alors respectivement :

$$I \begin{pmatrix} x_I = \frac{b_{34}c_{61} - b_{61}c_{34}}{a_{34}b_{61} - a_{61}b_{34}} \\ y_I = \frac{a_{34}c_{61} - a_{61}c_{34}}{a_{34}b_{61} - a_{61}b_{34}} \end{pmatrix} \quad J \begin{pmatrix} x_J = \frac{b_{12}c_{45} - b_{45}c_{12}}{a_{12}b_{45} - a_{45}b_{12}} \\ y_J = \frac{a_{12}c_{45} - a_{45}c_{12}}{a_{12}b_{45} - a_{45}b_{12}} \end{pmatrix} \quad K \begin{pmatrix} x_K = \frac{b_{23}c_{56} - b_{56}c_{23}}{a_{23}b_{56} - a_{56}b_{23}} \\ y_K = \frac{a_{23}c_{56} - a_{56}c_{23}}{a_{23}b_{56} - a_{56}b_{23}} \end{pmatrix}$$

Il ne reste plus qu'à s'assurer de l'unicité du rapport pour conclure.

$$\mu = \frac{x_K - x_I}{x_J - x_I} = \frac{y_K - y_I}{y_J - y_I} \tag{1}$$

Ces formules ont été regroupées dans une feuille du classeur<sup>8</sup> Excel joint à la version CD-Rom de Cadran-Info. Cette feuille est nommée « *Pb1\_Théorème de Pascal* ». Son utilisation permettra de vérifier au cas par cas la proposition [1].

<sup>8</sup> Le nom de ce fichier de travail est : « *Theoreme de Pascal\_Conique Projective.xlsx* ».

*2<sup>e</sup> solution.* On exploite un élégant résultat issu de la géométrie projective : le théorème de conicité<sup>9</sup>. Ce théorème sert à la démonstration du théorème de Pascal sur les coniques. Voici comment il peut être énoncé.

Soit E un  $k$ -espace vectoriel de dimension 3 et  $\mathbf{P}(E)$  le plan projectif associé. Soient  $a, b, c, d, e, f$  six points plongés dans  $\mathbf{P}(E)$ . Ils sont sur une même conique<sup>10</sup> si et seulement si on a la relation :

$$[a, d, e][b, c, e][a, b, f][c, d, f] - [a, b, e][c, d, e][a, d, f][b, c, f] = 0 \quad (2)$$

Il s'agit maintenant de calculer cette expression. Les crochets sont les déterminants formés par les coordonnées des points dans le plan projectif  $\mathbf{P}(E)$ . Écrit dans une base de E, si  $a=(x_1, y_1, 1)$ ,  $d=(x_4, y_4, 1)$ , et  $e=(x_5, y_5, 1)$ , alors par exemple,

$$[a, d, e] = \det \begin{pmatrix} x_1 & x_4 & x_5 \\ y_1 & y_4 & y_5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = x_1 y_4 - x_1 y_5 + y_1 x_5 - y_1 x_4 + x_4 y_5 - x_5 y_4 \quad ,$$

et ainsi de suite pour les sept autres déterminants. L'application de ce critère simplifie considérablement les calculs ! Une autre feuille du même classeur permet d'effectuer très aisément ce calcul dès que sont saisis les paires de coordonnées des six points pris sur une ligne horaire ou sur tout autre ligne d'ailleurs, comme un arc diurne par exemple. Cette feuille est nommée « *Critère de conicité* ». Les coordonnées  $(x ; y)$  des six points doivent être impérativement saisis dans la première feuille intitulée « *Pbl\_Théorème de Pascal* ». Il suffira d'observer la valeur de la différence des produits des quatre déterminants pour conclure.

**Deuxième problème – Genre de la conique [2].** Il nous a fallu 5 points plus 1 pour pouvoir affirmer ou infirmer que les points d'une ligne horaire appartiennent à une courbe du second degré. Il ne faudra désormais que 5 points pour déterminer l'équation de la conique et accéder à son genre.

Plusieurs méthodes existent pour déterminer l'équation de la conique passant par cinq points donnés. La méthode la plus expéditive est celle qui consiste à résoudre le système d'équations en considérant les cinq points pris à la fois. Des logiciels de calcul formel permettent d'automatiser la résolution (méthode de Gauss-Jordan) ; de tels outils ne sont pas à la portée de tous. Une autre solution, plus simple a priori, et qui ne demande qu'une calculatrice ou encore un tableur, est celle qui fait appel au théorème de *Papus*.

*Théorème de Papus sur les coniques.* Il s'agit des propriétés des distances dans un quadrilatère inscrit à une conique. Considérons cinq points d'une conique (fig. 2) :  $M_1, M_2, M_3, M_4$  et  $M_5$  et le quadrilatère inscrit  $M_1 M_2 M_3 M_4$ . Si du cinquième point de la conique on abaisse des perpendiculaires sur les quatre côtés du quadrilatère inscrit, alors le quotient du produit des perpendiculaires abaissées sur les côtés opposés divisé par le produit des perpendiculaires abaissées sur les deux autres côtés est *constant*. Une autre façon de voir les choses, est de dire qu'il existe une et une seule conique passant par les cinq points donnés. C'est ce que nous fait

<sup>9</sup> On consultera avec un intérêt certain, le projet d'ouvrage de Daniel Perrin « *Géométrie projective* » dont les cinq premières parties sont en ligne sur le site internet : <http://www.math.u-psud.fr/~perrin/>. On consultera notamment la partie 3, §4.3.1, page 113-115 (<http://www.math.u-psud.fr/~perrin/Livregeometrie/DPPartie3.pdf>).

<sup>10</sup> Il est sous-entendu qu'il s'agit d'une conique projective.

savoir le théorème de Pappus en permettant en même temps d'obtenir directement l'équation de cette conique<sup>11</sup>, et c'est ce qui nous intéresse précisément ici.

*Équation d'une ligne horaire.* Soient  $M_1(x_1;y_1)$ ,  $M_2(x_2;y_2)$ ,  $M_3(x_3;y_3)$ ,  $M_4(x_4;y_4)$ , quatre points connus d'une ligne horaire  $L_t$ ,  $t$  étant l'angle horaire vrai du soleil (fig.2). Soient  $A=0$ ,  $B=0$ ,  $C=0$ ,  $D=0$ , les équations en  $x$  et  $y$  des quatre droites<sup>12</sup> formées par les côtés consécutifs  $M_1M_2$ ,  $M_2M_3$ ,  $M_3M_4$ ,  $M_1M_4$  du quadrilatère  $M_1M_2M_3M_4$  inscrit à la ligne  $L_t$ . Soit enfin  $M_5(x_5;y_5)$  un cinquième point de cette ligne horaire. Alors les distances de ce cinquième point de la courbe à ces quatre droites sont proportionnelles aux polynômes du premier degré  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . D'après le théorème de Pappus,

$$AC - \lambda BD = 0 \quad (3)$$

où  $\lambda$  est une constante arbitraire exprimant la proportionnalité des distances du cinquième point aux côtés opposés pris deux à deux. On a donc l'égalité:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{A_5 C_5}{B_5 D_5} \quad (4)$$

En notant  $A_5$ ,  $B_5$ , etc., ce que deviennent chacune des équations des droites lorsqu'on remplace  $x$  et  $y$  par  $x_5$  et  $y_5$ . (4) est alors l'équation de la conique  $L_t$  passant par les cinq points choisis. Pour une certaine commodité d'écriture, posons tout de suite :  $\alpha = A_5$  ,  $\beta = B_5$  ,  $\gamma = C_5$  et  $\delta = D_5$  . Chassons les dénominateurs et développons :

$$\frac{(a_1 x - b_1 y + c_1)(a_3 x - b_3 y + c_3)}{(a_2 x - b_2 y + c_2)(a_4 x - b_4 y + c_4)} = \frac{\alpha \gamma}{\beta \delta}$$

$$(a_1 x - b_1 y + c_1)(a_3 x - b_3 y + c_3)\beta \delta = (a_2 x - b_2 y + c_2)(a_4 x - b_4 y + c_4)\alpha \gamma$$

$$\beta \delta (a_1 a_3 x^2 - a_1 b_3 x y + a_1 c_3 x - a_3 b_1 x y + b_1 b_3 y^2 - b_1 c_3 y + a_3 c_1 x - b_3 c_1 y + c_1 c_3) = \alpha \gamma (a_2 a_4 x^2 - a_2 b_4 x y + a_2 c_4 x - a_4 b_2 x y + b_2 b_4 y^2 - b_2 c_4 y + a_4 c_2 x - b_4 c_2 y + c_2 c_4)$$

$$a_1 a_3 \beta \delta x^2 - (a_1 b_3 + a_3 b_1) \beta \delta x y + b_1 b_3 \delta y^2 + (a_1 c_3 + a_3 c_1) \beta \delta x - (b_1 c_3 + b_3 c_1) \beta \delta y + c_1 c_3 \beta \delta = a_2 a_4 \alpha \gamma x^2 - (a_2 b_4 + a_4 b_2) \alpha \gamma x y + b_2 b_4 \alpha \gamma y^2 + (a_2 c_4 + a_4 c_2) \alpha \gamma x - (b_2 c_4 + b_4 c_2) \alpha \gamma y + c_2 c_4 \alpha \gamma$$

En regroupant les termes identiques, on obtient :

$$(a_1 a_3 \beta \delta - a_2 a_4 \alpha \gamma) x^2 + [(a_2 b_4 + a_4 b_2) \alpha \gamma - (a_1 b_3 + a_3 b_1) \beta \delta] x y + (b_1 b_3 \beta \delta - b_2 b_4 \alpha \gamma) y^2 + [(a_1 c_3 + a_3 c_1) \beta \delta - (a_2 c_4 + a_4 c_2) \alpha \gamma] x + [(b_2 c_4 + b_4 c_2) \alpha \gamma - (b_1 c_3 + b_3 c_1) \beta \delta] y + c_1 c_3 \beta \delta - c_2 c_4 \alpha \gamma = 0$$

Équation du second degré qui se met sous la forme classique :

$$ax^2 + bx y + c y^2 + d x + e y + f = 0 \quad (5)$$

avec les six coefficients de la conique :

<sup>11</sup> Cf. *Équation d'une conique passant par cinq points donnés*, Nouvelles Annales de Mathématiques, 1ère série, tome 16 (1857), p. 418-421. Sans faire de plagia, les résultats contenus dans cette étude nous ont servi de modèle d'application.

<sup>12</sup> On écrira chacune des droites sous la forme cartésienne  $a_k x - b_k y + c_k = 0$ , avec  $k$  numéro correspondant au côté du quadrilatère inscrit à la conique.

$$\begin{cases} a = a_1 a_3 \beta \delta - a_2 a - 4 \alpha \gamma \\ b = (a_2 b_4 + a b_2) \alpha \gamma - (a_1 b_3 + a_3 b_1) \beta \delta \\ c = b_1 b_3 \beta \delta - b_2 b_4 \alpha \gamma \end{cases} \quad \begin{cases} d = (a_1 c_3 + a_3 c_1) \beta \delta - (a_2 c_4 + a_4 c_2) \alpha \gamma \\ e = (b_2 c_4 + b_4 c_2) \alpha \gamma - (b_1 c_3 + b_3 c_1) \beta \delta \\ f = c_1 c_3 \beta \delta - c_2 c_4 \alpha \gamma \end{cases}$$

Les coefficients  $\{a_k, b_k, c_k\}$  s'expriment en fonctions des coordonnées des quatre premiers points :

$$\begin{cases} a_1 = y_1 - y_2 \\ b_1 = x_1 - x_2 \\ c_1 = x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = y_2 - y_3 \\ b_2 = x_2 - x_3 \\ c_2 = x_2 y_3 - x_3 y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 = y_3 - y_4 \\ b_3 = x_3 - x_4 \\ c_3 = x_3 y_4 - x_4 y_3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_4 = y_4 - y_1 \\ b_4 = x_4 - x_1 \\ c_4 = x_4 y_1 - x_1 y_4 \end{cases} \quad (6)$$

et pour le produit des rectangles faisant intervenir le cinquième point, on a :

$$\begin{cases} \alpha \gamma = (a_1 x_5 - b_1 y_5 + c_1)(a_3 x_5 - b_3 y_5 + c_3) \\ \beta \delta = (a_2 x_5 - b_2 y_5 + c_2)(a_4 x_5 - b_4 y_5 + c_4) \end{cases} \quad (6bis)$$

Le calcul du discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$  donnera le genre de la conique. Le calcul du triplet  $(a, b, c)$  est alors suffisant pour déterminer à quel genre de conique la ligne horaire est susceptible d'appartenir.

Nous avons ainsi un formulaire très simple permettant d'écrire l'équation cartésienne de n'importe quelle ligne horaire, et de reconnaître par là-même s'il s'agit d'un segment de droite, d'une portion de parabole, d'hyperbole ou encore d'ellipse. Mais nous savons désormais ce qu'il en est grâce aux résultats numériques à disposition et aussi grâce à la proposition [2].

### ***Nature des Lignes horaires au cas par cas – Exemples numériques.***

Voici deux séries d'applications numériques qui illustrent largement les propositions sur les lignes horaires. La première série est celle où la latitude varie pour une même configuration des fils. On a choisi,  $\phi = 15^\circ$ ,  $\phi = 43^\circ 43'$  et  $\phi = 60^\circ$ , sans considération de longitude ( $\lambda = 0$ ) ou de fuseau horaire (cf. figures 3.1). La deuxième série est celle où la configuration des gnomons varie sous une même latitude. On a fixé  $\phi = 43^\circ 43'$ , là aussi, sans considération de longitude ou de fuseau horaire (cf. figures 3.2). On prendra dans la série 1 une seule ligne horaire,  $t = 9^h$ . Dans la série 2, on prendra les lignes horaires  $t = 10^h$ ,  $t = 12^h$  et  $t = 13^h$ . Les résultats sont regroupés dans les tableaux ci-dessous.

#### ***Série 1 - Différentes latitudes, même angle horaire ( $t = 9^h$ par exemple)***

***Cadran 1-1 (Fig. 3.1a).***

$n^\circ$	Coordonnées du point <sup>13</sup>		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	-65.3489284278786	-7.3981584919402		$diff. = -2 \times 10^{-8}$	Hyperbole

<sup>13</sup> Le nombre de décimales est volontairement exagéré...

M <sub>2</sub>	-59.3539071247452	-17.1634959396151	$\mu_1=0,79126351$ $\mu_2=0,79126351$ $diff.=0$		
M <sub>3</sub>	-55.1515182861185	-26.2061790276964			
M <sub>4</sub>	-51.7368917794779	-34.8743029431454			
M <sub>5</sub>	-48.7331077939580	-43.3454541499275			
M <sub>6</sub>	-46.3428392914812	-50.5534615327265			

Cadran 1-2 (Fig. 3.1b)

n°	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>			
M <sub>1</sub>	107,0931937546880	97,9298184022881	$\mu_1=1,19545688$ $\mu_2=1,19545688$ $diff.=6,7 \times 10^{-15}$	$diff. = 5 \times 10^{-5}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-90,5175301725576	75,0480964147486			
M <sub>3</sub>	-76,6086771726269	56,5353392342310			
M <sub>4</sub>	-64,0221646617164	40,9396067430571			
M <sub>5</sub>	-50,9558176121998	27,0840707465826			
M <sub>6</sub>	-31,4382637234876	12,9372045241112			

Cadran 1-3 (Fig. 3.1c)

n°	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>			
M <sub>1</sub>	-132,14906615252	124,09603415804	$\mu_1=1,06169621$ $\mu_2=1,06169621$ $diff.=3,8 \times 10^{-15}$	$diff. = 7,7 \times 10^{-7}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-106,655205083617	94,9960703156451			
M <sub>3</sub>	-87,2958142417161	73,0814752823379			
M <sub>4</sub>	-71,800392268704	55,7916956536784			
M <sub>5</sub>	-58,7509164447747	41,6113417428756			
M <sub>6</sub>	-47,0329621332196	29,5370402678945			

Série 2 - Différentes configurations des fils sous une même latitude.

Cadran 2-1 (Fig. 3.2a)

t = 10<sup>h</sup>

n°	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>			
M <sub>1</sub>	32,601388971392	132,261515510476	$\mu_1=0,99727657$ $\mu_2=0,99727657$ $diff.=0$	$diff. = -2,5 \times 10^{-9}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	35,5565207549591	122,515948055724			
M <sub>3</sub>	37,9260264470224	114,001255992187			
M <sub>4</sub>	39,8194590637939	106,37545610544			
M <sub>5</sub>	41,3023050338976	99,3832536670558			
M <sub>6</sub>	42,405455913774	92,8201037997835			

t = 12<sup>h</sup>

n°	Coordonnées du point	Critère 1	Critère 2	Genre
----	----------------------	-----------	-----------	-------

	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	146.364581595069	226.54561592045	$\mu_1 = 1,06946434$ $\mu_2 = 1,06946434$ $diff. = 1,8 \times 10^{-13}$	$diff. = -1,4 \times 10^{-5}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	151.402694070931	223.191796265031			
M <sub>3</sub>	157.629616704299	221.872350621007			
M <sub>4</sub>	165.610465418465	222.989231455169			
M <sub>5</sub>	176.329161233419	227.413641199049			
M <sub>6</sub>	189.097265735453	235.184633887970			

$t = 13^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	247.554195652524	454.599769825366	$\mu_1 = 0,99205884$ $\mu_2 = 0,99205884$ $diff. = 0$	$diff. = 4,8 \times 10^{-3}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	248.467333411899	426.790312441381			
M <sub>3</sub>	252.512419303113	405.45790589939			
M <sub>4</sub>	259.471563723688	392.761195715706			
M <sub>5</sub>	269.5077454466	387.036230762364			
M <sub>6</sub>	283.246458430399	387.800637512645			

Cadran 2-2 (Fig. 3.2b)

$t = 10^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	-74.2156022340886	168.377868040319	$\mu_1 = 0,9893361$ $\mu_2 = 0,9893361$ $diff. = -1,2 \times 10^{-15}$	$diff. = -1,2 \times 10^{-1}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-68.0489611204818	152.751360159827			
M <sub>3</sub>	-62.5781481480308	138.850977776555			
M <sub>4</sub>	-57.6512856510885	126.290977737947			
M <sub>5</sub>	-53.1552242696007	114.780850203402			
M <sub>6</sub>	-49.5739626959455	105.566644292834			

$t = 12^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	22.7778983042455	323.137387446743	$\mu_1 = 0,92767162$ $\mu_2 = 0,92767162$ $diff. = -1,3 \times 10^{-13}$	$diff. = 7,8 \times 10^{-11}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	22.8390783239478	283.642305218417			
M <sub>3</sub>	22.9105848279918	248.213081462861			
M <sub>4</sub>	22.9830115237209	220.357746555656			
M <sub>5</sub>	23.0571019708316	197.681750763661			
M <sub>6</sub>	23.1336679356125	178.69342343732			

$t = 13^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	60.5931376286335	139.191926530619	$\mu_1 = 0,98221389$ $\mu_2 = 0,98221389$ $diff. = -1,1 \times 10^{-15}$	$diff. = 2,7 \times 10^{-13}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	58.3551850904544	126.677576342607			
M <sub>3</sub>	56.3526814992803	115.400432948398			
M <sub>4</sub>	54.5371417997576	105.089250634642			
M <sub>5</sub>	52.8721170565077	95.5349632374707			
M <sub>6</sub>	51.5418213680946	87.8111532251563			

Cadran 2-3 (Fig. 3.2c)

$t = 10^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	0.735276	-2.0951	$\mu_1 = 0,99273455$ $\mu_2 = 0,99273441$ $diff. = -1,4 \times 10^{-7}$	$diff. = 4,3 \times 10^{-20}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	0.680446	-1.95541			
M <sub>3</sub>	0.631579	-1.83065			
M <sub>4</sub>	0.587732	-1.71846			
M <sub>5</sub>	0.548153	-1.61696			
M <sub>6</sub>	0.512232	-1.52461			

$t = 12^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	-0.16715	-0.368098	$\mu_1 = 1,01197148$ $\mu_2 = 1,01196942$ $diff. = -2,1 \times 10^{-6}$	$diff. = -1,7 \times 10^{-22}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-0.163152	-0.349253			
M <sub>3</sub>	-0.159	-0.330763			
M <sub>4</sub>	-0.154681	-0.312604			
M <sub>5</sub>	-0.15018	-0.294753			
M <sub>6</sub>	-0.145482	-0.277185			

$t = 13^h$

$n^\circ$	Coordonnées du point		Critère 1	Critère 2	Genre
	$x_i$	$y_i$			
M <sub>1</sub>	-0.418646	-0.748161	$\mu_1 = 0,99064806$ $\mu_2 = 0,99064696$ $diff. = -1,1 \times 10^{-6}$	$diff. = 9,1 \times 10^{-22}$	Hyperbole
M <sub>2</sub>	-0.409424	-0.717133			
M <sub>3</sub>	-0.400365	-0.687337			
M <sub>4</sub>	-0.391444	-0.658677			
M <sub>5</sub>	-0.382641	-0.631067			
M <sub>6</sub>	-0.373936	-0.604427			

**Conclusion.** L'affirmation sur les lignes horaires d'un bifilaire horizontal « (...) prennent toutes les formes des sections coniques » est insuffisante, voire inexacte. En fait les lignes horaires ne prennent que deux genres : la droite et l'hyperbole. Pour être encore plus explicite, c'est seulement la ligne de midi qui pourra être un segment de droite (dès qu'un des fils est plongé dans le plan méridien), les autres lignes étant astreintes à être des branches d'hyperboles. On retiendra les propriétés suivantes pour un cadran solaire bifilaire horizontal à fils quelconques :

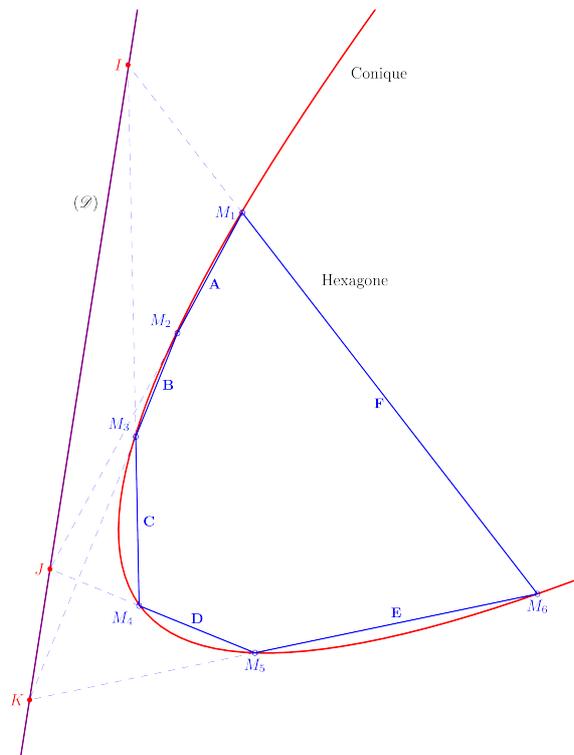
(1) « *Les lignes horaires sont des coniques* ».

(2) « *Une ligne horaire est une branche d'hyperbole, ou un segment de droite* ».

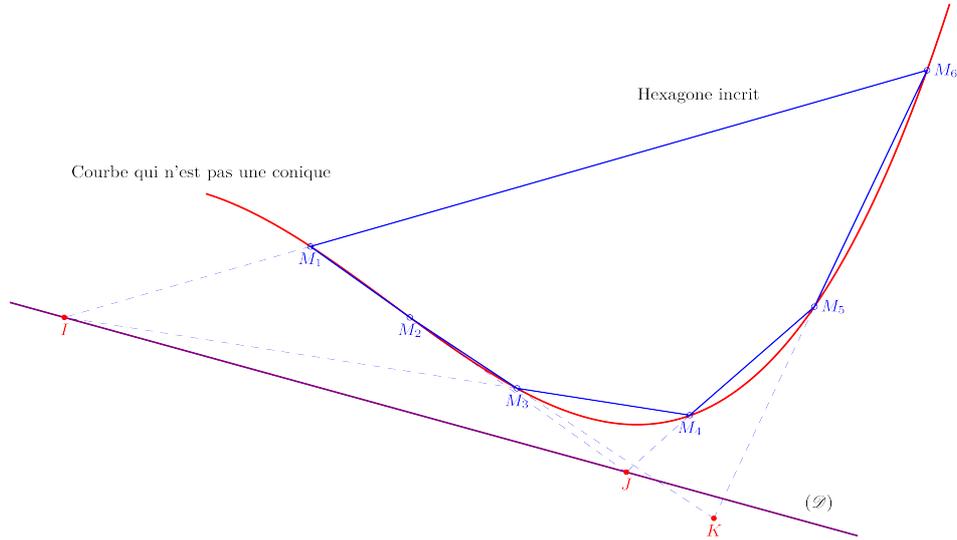
Afin de valider numériquement parlant ces deux propositions, on a construit sur tableur un programme qui permet de savoir si les points d'une courbe sont sur une conique et d'en déterminer ensuite le genre. Ce programme de test est parfaitement utilisable sur n'importe quelle espèce de ligne d'un cadran solaire, et par extension on pense en particulier aux arcs-diurnes. Avec l'arrivée du logiciel HUGO, la même question demeure : qu'en est-il des lignes horaires dans les cadrans solaires bifilaires inclinés déclinants ? Cela fera peut-être l'objet d'une prochaine étude, et probablement à cette occasion, un changement dans le point de vue géométrique sera nécessaire si l'on veut comprendre pourquoi les lignes horaires ne sont que des hyperboles. Ce changement de point de vue sera plus que nécessaire lorsqu'on envisagera le difficile problème de la nature des arcs-diurnes.

### Figures

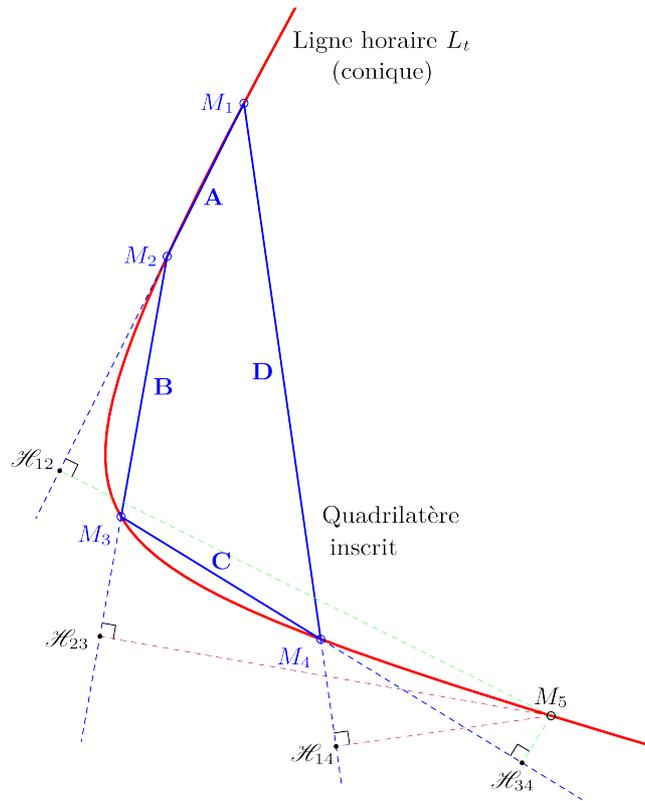
Figure 1-a. Hexagone inscrit à une conique (théorème de Pascal)



**Figure 1-b.** Hexagone inscrit à une courbe qui n'est pas une conique<sup>14</sup>



**Figure 2.** Quadrilatère inscrit à une conique (théorème de Pappus).



<sup>14</sup>La courbe utilisée en contre-exemple, est une courbe du troisième degré (cubique) :  $0,05 x^3 - 0,75 x - y = 0$ .

Figure 3. Lignes horaires dans un cadran solaire bifilaire horizontal

Série 1.  
Fig. 3-1a.

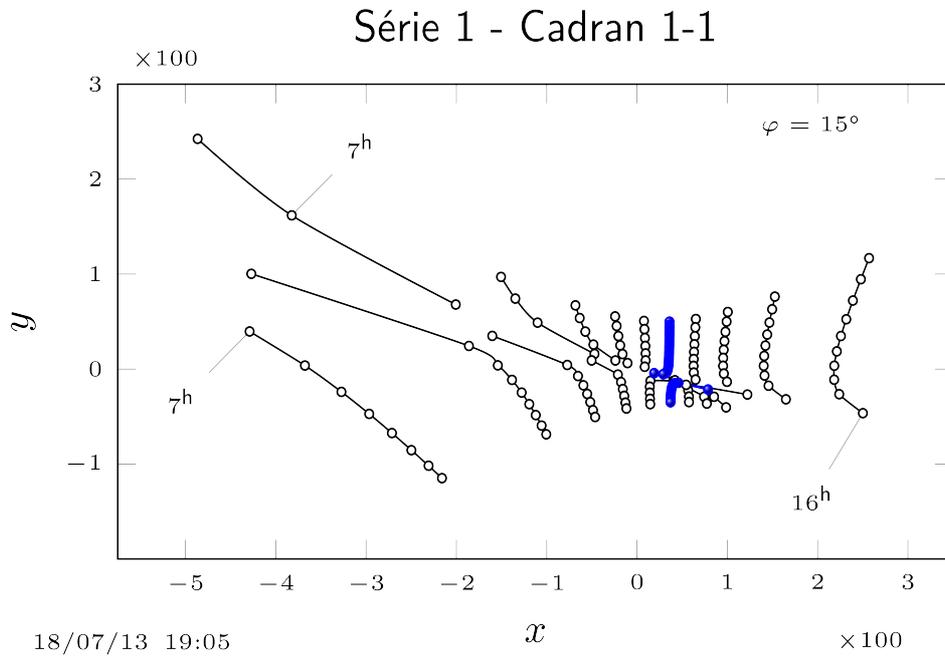


Fig. 3-1b.

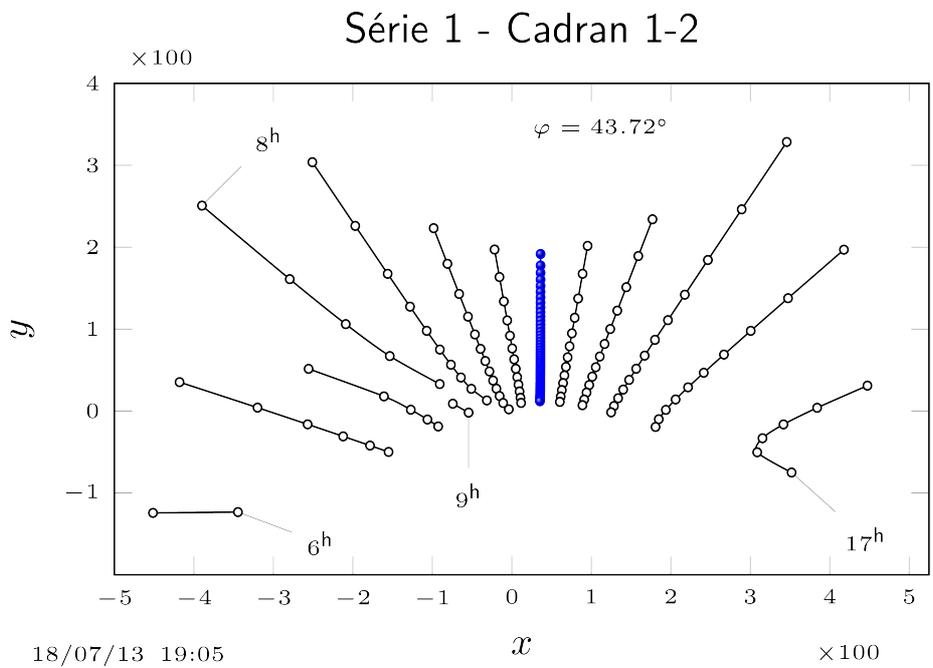
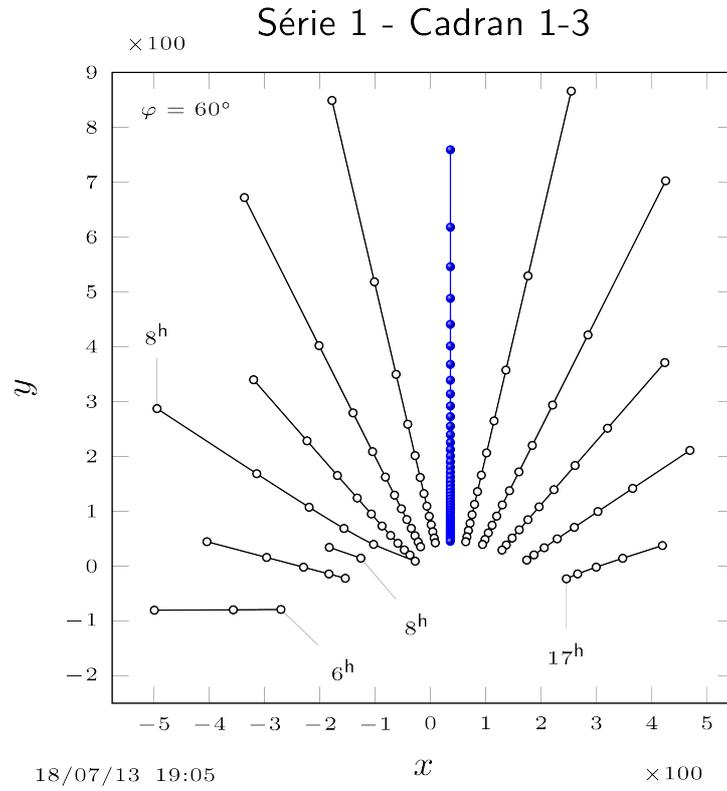


Fig. 3-1c.



Série 2.

Fig. 3-2a.

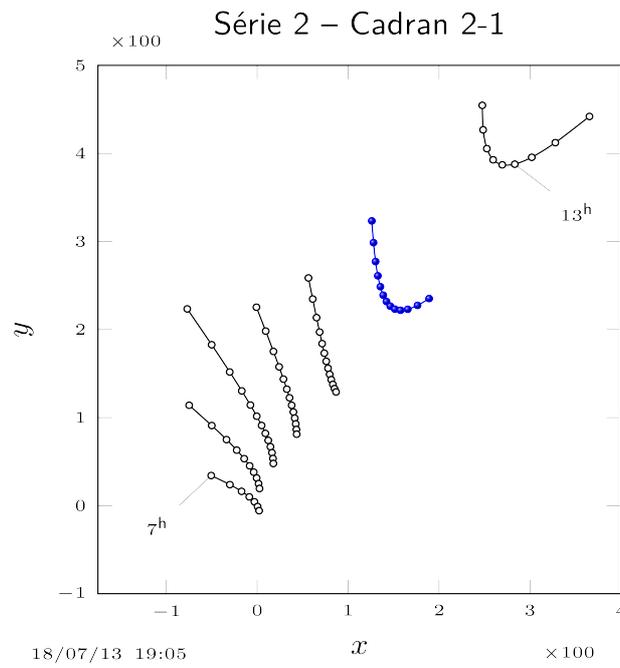


Fig. 3.2b.

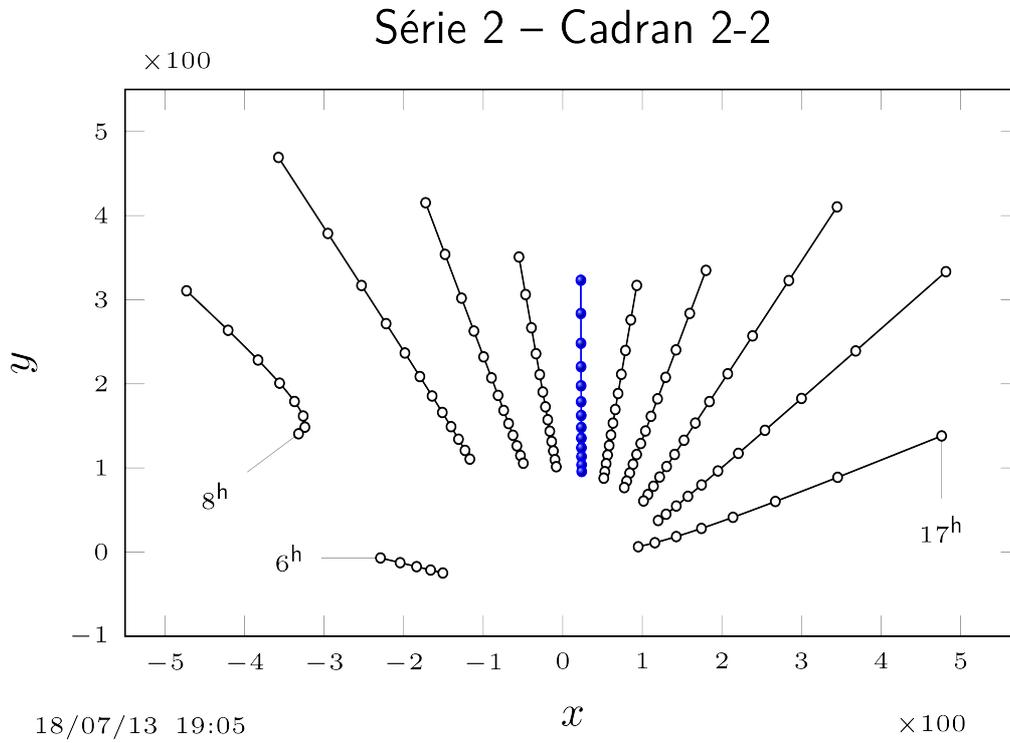


Fig. 3.2c.

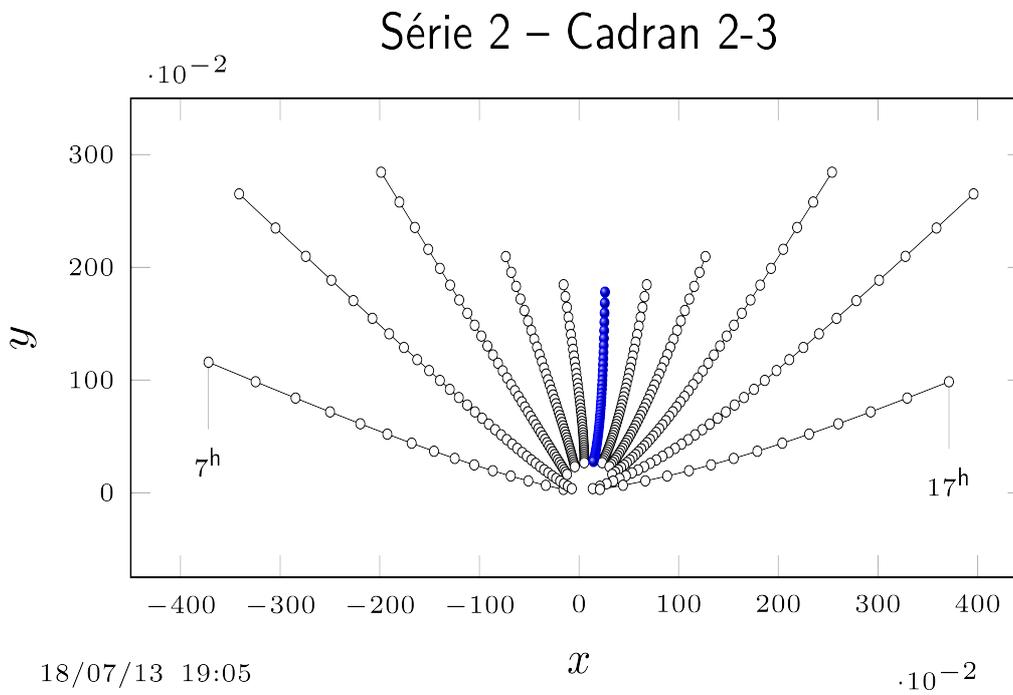


Tableau des caractéristiques des fils

N°	Latitude	Fil 1				Fil 2			
		Az <sub>1</sub> (°)	z <sub>1</sub> (°)	Origine (x <sub>10</sub> ; y <sub>10</sub> )	Distance au cadran	Az <sub>2</sub> (°)	z <sub>2</sub> (°)	Origine (x <sub>20</sub> ; y <sub>20</sub> )	Distance au cadran
Cadran 1-1	15° N	120	25	(0 ; 0)	--	-120	10	(50 ; -15)	--
Cadran 1-2	43.72° N	120	25	(0 ; 0)	--	-120	10	(50 ; -15)	--
Cadran 1-3	60° N	120	25	(0 ; 0)	--	-120	10	(50 ; -15)	--
Cadran 2-1	43.72° N	45	65	(0 ; 0)	--	50	15	(100 ; 0)	--
Cadran 2-2	43.72° N	25	25	(0 ; 0)	--	-25	30	(50 ; 0)	--
Cadran 2-3	43.72° N	90	90	--	0.75	45	30	(0 ; 0)	--

**Remarques :**

*La ligne de midi est en bleu. Les images, les listings de coordonnées et les sources LaTeX sont disponibles en annexe de la version CD-Rom.*

*Avec le contenu du classeur « Theoreme de Pascal\_Conique projective.xlsx », le lecteur peut tester chacune des lignes horaires à sa convenance et vérifier les conclusions avancées. Il est nécessaire de faire observer que les coordonnées des points obtenus par le logiciel Hugo ne donnent pas encore de résultats probants... Cette difficulté aurait pour origine l'algorithme de calcul de l'éphéméride qui ne serait pas suffisamment précis dans le positionnement des points de coordonnées.*

*Cela n'affecte cependant pas l'allure générale du tracé comme cela peut être vérifié, et suffit probablement même pour des réalisations concrètes. On a utilisé un programme de calcul sous le tableur Excel afin de palier à ce problème. Le fichier est appelé : « bifilaireHorizontal\_2013.xls ». Cependant, le cas d'un fil horizontal n'est pas implémenté dans cette version du fichier : on donc eu recours au logiciel de ray-tracing et je remercie M. Baillet pour son aide à la construction du fichier Povray correspondant (élaboré en 2003-2004). Le logiciel Povray fourni par défaut un listing de coordonnées des points avec 5 décimales. On n'est pas parvenu à faire afficher le même nombre de décimales que le logiciel Excel, mais cela n'a pas de conséquence particulière.*

⇒  **Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :**

Le dossier "Bifilaire Collin" contenant :

- ° les figures de l'article,
- ° les calculs sous Excel :

("bifilaire-Horizontal\_2013.xls" et "The:uõreçmePascal Projective.xlsx").





## Cadran à l'abbaye de Beauport

Jean-Paul Cornec

### *Reconstitution d'un cadran à l'Abbaye de Beauport, à partir un fragment*

L'Abbaye de Beauport est située sur la commune de Paimpol (Côtes-d'Armor). Établie en 1202 par Alain d'Avaugour, comte de Goëlo et de Penthièvre, qui fit appel à l'ordre des Prémontrés fondé en 1120 par Norbert de Xanten, canonisé en 1582. L'Abbaye prospéra jusqu'au 18ème siècle, avec des hauts et des bas, essentiellement dus à des changements dans le mode de gouvernement. Elle périclita et la Révolution entraîna sa fin. Les bâtiments se sont ensuite rapidement dégradés. Elle est depuis 1992 propriété du Conservatoire du Littoral qui a



Photo internet

entrepris des restaurations et une mise en valeur touristique, économique et culturelle de l'ensemble [1] [4] [5].

L'Abbaye était déjà représentée dans l'inventaire de la Commission des Cadran Solaires par le grand cadran vertical réalisé sous une fenêtre du bâtiment connu sous le nom de la Salle au Duc. Nous n'avons pas d'informations sur ce que pouvait être son tracé original ni sur l'époque à laquelle il avait été réalisé. Déjà très dégradé à la fin du 19ème siècle il a été refait en 1999 par M. Bresson sous l'égide des Bâtiments de France [3].

Par ailleurs deux fragments de plaques de schiste furent découverts à l'occasion de travaux à l'intérieur de l'Abbaye réalisés par les propriétaires successifs. Ces travaux étant antérieurs à l'époque où l'Abbaye est devenue propriété du Conservatoire du Littoral, aucune trace n'a été gardée du moment et de l'endroit exact où la découverte a été faite. Ces fragments sont indépendants. Le premier, assez important, est grossièrement triangulaire. Le deuxième est un petit disque ébauché. Nous remercions l'Abbaye de Beauport de nous les avoir aimablement prêtés pour que nous puissions les étudier à loisir.

### **Le grand fragment**

Il mesure environ 35 x 20 cm (Figure 1). Il a une masse de 969 g. Un côté en arc de cercle montre que cette plaque provient manifestement d'un disque. La longueur de cet arc, malgré une ébréchure, est suffisante pour retrouver le diamètre initial du disque, ici 46,6 cm. Il n'y a pas de lien évident avec les unités de mesure de l'époque (pied, pouce). On rencontre parfois des cadrans verticaux circulaires avec un appendice au sommet qui peut être rectangulaire ou circulaire mais les cadrans horizontaux sont réguliers. Pour un cadran solaire de cette taille la plaque est relativement mince : 8 mm. Il est plus habituel de rencontrer des

épaisseurs de 2 voire 3 cm pour des cadrans horizontaux, certes plus grands. Néanmoins le schiste utilisé apparaît de belle qualité avec un grain fin et compact.

Les vestiges de trois cadrans solaires différents apparaissent sur le fragment.

D'abord un petit cadran circulaire gravé de 12 à 8 dans le sens des aiguilles d'une montre : nous avons donc affaire à la moitié après-midi d'un cadran horizontal.

Ensuite un diagramme formé de droites entrecroisées avec des lignes courbes tracées en pointillées : il s'agit d'un cadran d'heures italiques et babyloniennes (les droites) avec des arcs diurnes (les lignes pointillées). Plusieurs droites se terminent par des nombres : 8 à 12 de bas en haut et 21 à 23 au dessus du petit cadran horizontal.

Enfin tout à gauche, un trait terminé par le nombre 11, fait face au nombre 12 du cadran précédent. Il indique l'existence initiale d'un cadran d'heures inégales.

Ces trois cadrans sont indépendants. Nous les détaillons plus loin.

Plusieurs gravures sans rapport avec les cadrans, et sans doute ultérieures à leur réalisation, sont visibles. Deux graffiti apparaissent nettement. L'un

réunit, semble-t-il, deux mots superposés, "AIMÉ" "DEMOY", le long de la ligne italique 21, près de la droite équinoxiale. La gravure est bien lisible ; le D est à l'envers. L'autre en belle écriture ronde, "*Pierre Chevalier*", est gravé très légèrement près du bord entre le 4 et le 23. Les autres sont difficilement lisibles : il y a peut-être le mot "*niel*" entre le 10 et le 11. Une inclusion, sans doute de pyrite a dégradé la surface face au chiffre 9. Une exposition en pleine lumière montre d'ailleurs la présence d'innombrables petites inclusions. Une encoche rectiligne sur 1 cm et 2 mm de large part de la ligne 12 au niveau de la cassure, mais ne se prolonge pas en profondeur ; elle ne correspond à rien a priori. Enfin au dos du fragment figurent trois lignes plus ou moins parallèles dont deux dédoublées. La bordure du disque est légèrement arrondie à son sommet; un trait périphérique intérieur, et de plus double, est visible à 2 mm du bord.

La gravure générale est fine et soignée. La finition est excellente : la surface du disque est bien unie ; très peu de restes de traits de construction sont visibles. Des courts fragments apparaissent sur les chiffres 8, 10 et 23. Un léger trait part du point 23 vers le bord du disque mais ne correspond pas au prolongement de la ligne babylonienne 7 ni à celui de l'arc diurne,

Le début de la date de la réalisation, 17, est gravé à gauche du petit cadran horizontal. Il est bien sûr impossible d'imaginer le millésime exact. On peut simplement dire que c'est un ensemble du 18ème siècle, postérieur à 1709 d'après la date d'édition d'un livre de la bibliothèque de l'Abbaye, peut-être aux alentours de 1720, date de la fin de l'aménagement du jardin de l'Abbaye [2]. Car cet ensemble devait logiquement être placé dans un lieu bien dégagé comme le jardin, sans doute au centre, posé sur un fût en granit, pour bénéficier d'un



Figure 1 (voir également en fin d'article)

éclairage quotidien optimal et correctement remplir son rôle.

### Le petit fragment

C'est un petit disque d'environ 10 cm de diamètre avec une excroissance (Figure 2). Il a un trou central entouré d'une couronne de deux petits cercles. Trois cercles sont gravés en périphérie, ainsi qu'un arc d'un quatrième cercle. Ces cercles sont correctement et assez profondément marqués. On distingue une division irrégulière en 12 secteurs de la partie interne avec des subdivisions intermédiaires qui donnent une division générale en 24. Il y a beaucoup de traits parasites. Est-ce l'ébauche d'un correcteur lunaire, d'un cadran de marée (l'Abbaye est maritime) ou un simple exercice de gravure ? Nous ne pouvons rien en dire d'autre.



Figure 2 (voir également en fin d'article)

### Le petit cadran horizontal du grand fragment

Il est inclus dans un cercle de 14 cm de diamètre ouvert dans sa partie sud. Seule subsiste la moitié après-midi du cadran, avec les heures de 12 à 8 gravées dans une couronne. On notera la forme curieuse du chiffre 7. Les lignes horaires partent d'un double cercle central. Les demies sont indiquées par des traits courts terminés par une petite tête. Le centre du cadran, qui est le centre des différents cercles du cadran, est juste en limite de cassure. Une petite partie de la ligne de midi subsiste : elle nous donne avec le centre la direction de l'axe médian général du cadran. Pour la suite de la reconstitution cet axe médian sera précisé avec l'équinoxiale du cadran suivant qui lui est perpendiculaire et dont une portion plus importante est disponible.

Dans le prolongement de cette ligne, le long de la cassure apparaît un encoche rectangulaire de 2,1 cm de long et d'environ 2 mm de demi-largeur. C'est là que le style du cadran, sans doute une plaque triangulaire, était fiché. Déformé par la rouille il est peut-être à l'origine de la faiblesse qui a entraîné la cassure de la plaque.

Une comparaison avec l'éventail théorique des lignes horaires montre que ce cadran est parfaitement tracé. Nous l'avons calculé pour la latitude de Beauport soit  $48^{\circ}46'05''$  nord. Comment a-t-il été réalisé ? Sans doute par une méthode graphique que l'on trouve exposée dans les ouvrages de l'époque, et peut-être vérifiée par les valeurs des angles données dans des tables et mesurées avec un rapporteur, éventuellement réalisé pour l'occasion. Nous avons reproduit une figure d'une telle construction extraite d'un livre de P. Bobyne (Figure 3). On en trouve de semblables dans les autres ouvrages anciens.

Cette hypothèse est confortée par une ligne supplémentaire gravée depuis le chiffre 4 perpendiculairement à l'axe du cadran. Elle ne joue aucun rôle pour l'indication de l'heure. Elle est sans doute un reste de la méthode graphique du rabattement de l'équatorial utilisée pour réaliser le cadran. La méthode bien connue (Figure 3) revient à définir d'abord la place du centre A du cadran et la grandeur du style qui aura la forme d'un triangle rectangle ; en particulier la longueur AD de sa base à partir du centre est fixée. La figure montre le style rabattu autour de AD. Une fois en place son côté AC est dirigé vers l'étoile Polaire ; le troisième côté CD qui termine le triangle lui est perpendiculaire. Une droite perpendiculaire

EE est tracée sur la surface du futur cadran à l'extrémité D de la base. Ensuite la longueur du troisième côté est reportée dans le prolongement de la base du style ; soit S l'extrémité de ce segment. Du point S on trace un éventail de lignes espacées de  $15^\circ$  qui vont couper la ligne EE. Les lignes horaires du cadran sont tracées en reliant le point A aux intersections. La droite EE est appelée *l'équinoxiale*, que nous retrouverons dans le cadran suivant : c'est la trajectoire suivie par l'ombre du point C les jours des équinoxes de mars et septembre. Une fois les lignes horaires tracées, on efface toutes les lignes de construction y compris la droite EE, si on ne trace rien d'autre. L'équinoxiale figure rarement seule sur un cadran.

Si on suit cette méthode sur le cadran du fragment, en supposant que EE est représentée par la ligne supplémentaire on trouve par tâtonnement un point S à environ 2,7 cm (soit un pouce) sous la ligne "dans" le chiffre 12 (Figure 4). Des droites tirées à  $15^\circ$  d'intervalle rencontrent bien la ligne supplémentaire sur les lignes horaires ; en particulier les deux lignes tirées l'une à  $60^\circ$  de l'axe et l'autre à  $75^\circ$  passent par les points d'intersection des prolongements des lignes horaires 4 et 5 avec la ligne droite. Cette ligne supplémentaire tracée sur la cadran horizontal est donc bien l'équinoxiale et on peut penser que c'est une méthode graphique qui a été utilisée pour le tracé. Pourquoi le graveur a-t-il conservé cette ligne ? Il a peut-être remarqué que dans la figure 3 cette ligne était tracée en "plein" au même titre que les lignes horaires et l'a donc conservée.

Le fait d'avoir conservé cette droite nous donne peut-être une indication sur la forme et la taille du style retenues. Ces paramètres sont libres : il suffit que le côté du style issu du centre du cadran pointe vers l'étoile polaire. Le concepteur a sûrement limité la longueur de la base du style à la distance entre le centre et cette équinoxiale ; l'encoche rectangulaire est quasiment au milieu de cette base. Elle vaut ici un pouce et un tiers soit 3,6 cm (Figure 4). Et comme l'équinoxiale a été gardée, le concepteur avait peut-être à l'esprit de la marquer aux équinoxes par l'ombre du point C du style, dont la forme peut alors avoir été le triangle ACD de la figure du livre de Bobynet, d'autant que la longueur CD vaut exactement un pouce. Mais il aurait aussi pu être un triangle plus grand avec un côté vertical au niveau de D (Figure 4). Nous ne pouvons pas trancher entre les deux hypothèses, même si, par expérience, nous penchons fortement pour la deuxième.

### **Le cadran italique-babylonique et les arcs des signes du grand fragment**

Cet ensemble réunit trois indications: les courbes en pointillés qui sont les *arcs diurnes* et les portions de droites qui sont les *lignes italiques et babyloniennes*. C'est l'ombre d'un même style droit qui indique à la fois les dates et les heures. Il forme un tout assez habituel sur les grands cadrans horizontaux anciens. En Bretagne on connaît par exemple les cadrans de Lanvellec (22) ou de Saint-Martin-des-Champs (29) [3].

### **Les arcs diurnes**

Les arcs sont tracés sur le fragment en pointillé, c'est-à-dire par une suite de petits trous espacés. Seuls apparaissent une petite portion de l'arc avril-août et presque la moitié de l'équinoxiale et des arcs d'automne et d'hiver : février et octobre, janvier et novembre et solstice d'hiver. Nous avons pu vérifier que l'équinoxiale est ici bien perpendiculaire à l'axe général du cadran défini par la ligne de midi et le centre du petit cadran. Ces deux axes ont constitué la référence pour la reconstitution de l'ensemble des trois cadrans. Aux extrémités de ces arcs diurnes sont gravés les symboles des signes du zodiaque représentant les constellations dans lesquelles entre le soleil les jours correspondant aux arcs. Sur le fragment,

de bas en haut on trouve le Capricorne, le Sagittaire, le Scorpion et la Balance avec leur représentation de l'époque :

Noms, Caracteres.		Noms, Caracteres.	
Belier,	♈.	Balance,	♎.
Taureau,	♉.	Scorpion,	♏.
Gemeaux,	♊.	Sagittaire,	♐.
Cancre,	♋.	Capricorne,	♑.
Lion,	♌.	Verse eau,	♒.
Vierge,	♍.	Poiffons,	♓.

(Extrait du livre de Dom Pierre de Ste-M-M – *Traité d'Horologigraphie* - 1661)

Comme les lignes horaires d'heure solaire ne figurent pas sur ce tracé les portions d'arcs diurnes ne nous permettent pas de retrouver la place et la hauteur du style droit. Mais comme ce style est commun aux lignes italiques et babyloniennes nous allons tirer profit des portions disponibles de celles-ci.

### Lignes italiques et babyloniennes

Elles sont complémentaires des heures solaires par leur fonction de compter les heures du jour depuis le lever du soleil pour les babyloniennes et par rapport au coucher pour les italiques. Elles divisent aussi le jour en 24 heures. A l'origine les heures italiques étaient comptées depuis le coucher du soleil du *jour précédent*. Lire le diagramme des heures italiques demande alors une certaine gymnastique intellectuelle : par exemple, le jour du solstice d'hiver à midi solaire il est 20 heures italiques et il reste, par soustraction, 4 heures avant le coucher du soleil. Le jour du solstice d'été à midi il est 16 h italique., il reste 8 h avant le coucher du soleil. Aussi, bien souvent, afin d'éviter ce calcul, la chiffration des lignes a été transformée pour, par symétrie avec les babyloniennes, indiquer les heures qui *restent à s'écouler* d'ici le coucher du soleil. Il suffit de prendre le complément à 24 : dans l'exemple du solstice d'hiver la ligne italique serait graduée 24 – 20 soit 4 h : à midi ce jour là il reste bien 4 heures avant le coucher du soleil. C'est ce qui est fait sur les cadrans modernes et la plupart des cadrans anciens. Le cadran de Beauport a gardé la notation originelle des heures italiques c'est-à-dire des heures comptées depuis le coucher du soleil du jour précédent. Le nombre 23 à l'extrémité de la ligne oblique sur le fragment à gauche indique la 23<sup>ème</sup> heure italique c'est-à-dire 23 heures après le coucher du soleil de la veille, autrement dit une heure avant le coucher du soleil du jour courant : toute la ligne oblique est la ligne italique 23.

La reconstitution n'est pas très compliquée avec les méthodes actuelles. Sur la droite équinoxiale figurent les points des lignes babyloniennes 9, 10 et 11, et sur l'arc des signes de l'hiver figure les points des lignes italiques 22 et 23 (Figure 1). Nous avons mesuré la distance des ces 5 points à l'axe général du cadran. Ces 5 distances dépendent de deux paramètres qui sont la distance du style droit à l'équinoxiale et sa hauteur ; ils sont liés et varient simultanément. Ce style droit est positionné sur l'axe général du cadran.

Nous avons personnellement raisonné comme pour un cadran classique avec un style polaire et des lignes horaires, ici virtuelles. Les dimensions globales du tracé dépendent de la distance entre l'équinoxiale et le centre du cadran, c'est-à-dire le pied du style polaire : nous appelons cette distance la "longueur de base" du cadran. La hauteur et l'emplacement du style droit se déduisent immédiatement de la position de ce centre. Il suffit de faire varier cette

"longueur de base" jusqu'à retrouver les valeurs mesurées des 5 distances ci-dessus. Il ressort que les points babyloniens donnent une valeur (5,52 cm) assez différente des points italiques (5,35 cm). Nous avons privilégié les premiers. Le style droit a alors une hauteur de 2,7 cm et est situé à 3,15 cm de l'équinoxiale. Il est ainsi presque au centre du disque général.

Nous pouvons alors calculer et tracer l'ensemble des arcs diurnes et des lignes italiques-babyloniens. L'inclinaison de l'écliptique retenue est la valeur de l'époque soit 23°28'. Calculer les arcs diurnes est immédiat. On positionne les points des arcs pour chaque heure solaire en descendant à la demi ou au quart d'heure pour plus de précision. Positionner les points représentatifs des heures babyloniens et italiques revient à recalculer les arcs diurnes avec les angles horaires correspondant à ces heures. Pour les babyloniens l'angle horaire est :

$$H = 15 \times B - L$$

où B est l'heure (entière) babylonique et L l'amplitude semi-diurne du soleil donnée par :

$$\cos L = - \tan \Phi \times \tan \delta$$

$\Phi$  étant la latitude du lieu et  $\delta$  la déclinaison du jour.

De même pour les italiques l'angle horaire est :

$$H = L - 15 \times (24 - I)$$

si les italiques comptent les heures depuis le coucher de la veille ou

$$H = L - 15 \times I$$

si les italiques décomptent les heures restant avant le coucher du jour. Il suffit de calculer les trois arcs diurnes des solstices et de l'équinoxe, nous avons alors trois points par ligne qui permettent de tracer les droites, même si deux points suffisent.

Un premier calcul a montré un écart sensible entre la théorie et les gravures du fragment (Figure 8 gauche). En effet le tracé dépend d'abord de la latitude du lieu. L'Abbaye est située par 48°46'05" de latitude nord, valeur retenue dans les calculs. Mais alors la ligne babylonique 7 ne rejoint pas la ligne italique 23 sur l'arc d'hiver comme sur le fragment (Figure 8 gauche). Cela est dû au fait qu'au solstice d'hiver le jour dure 8 heures et 2,5 min. On vérifie que le soir 23 h italiques correspondent à 15h 1,25 min et 7 h babyloniens à 14h 58,75 min : il y a 2,5 min d'écart qui se traduisent par la séparation entre les deux heures en question sur l'arc diurne d'hiver. Elles coïncideraient si le jour durait exactement 8 heures au solstice d'hiver : c'est le cas à une latitude voisine de 49°.

La latitude de l'Abbaye est à peu près celle de Paris. Or dans les livres anciens des 17ème-début 18èmes siècles les exemples présentés sont souvent réalisés pour cette latitude, qui est alors volontiers arrondie à 49° puisque suivant N. Bion (1709): "*on sait par observation que Paris n'est qu'à 48°51', mais nous négligeons les 9 minutes comme étant peu de choses pour les cadrans*". Les entrées des tables figurant dans ces anciens ouvrages sont d'ailleurs des latitudes rondes. Cette approximation est encore plus justifiée à notre époque, puisqu'un article d'"Observations et Travaux" de R. Sagot et D. Savoie paru en 1989 [7] [8] rappelle que : "*compte tenu de la précision que l'on peut attendre d'un cadran solaire, la localisation de son emplacement à une quinzaine de kilomètres près [en latitude] suffit pour connaître l'heure à un quart de minute près*". L'erreur est d'une seconde par kilomètre.

Nous avons donc refait les calculs avec pour la latitude la valeur ronde 49°. Cela revient à déplacer l'Abbaye de 25 km vers le nord ...dans la Manche. Un tel décalage en latitude n'introduit donc qu'une erreur bien faible de 25 secondes dans les indications d'un cadran. Mais avec cette valeur ronde on retrouve bien le tracé du fragment (Figure 8 droite), ce qui montre que le réalisateur a pris cette valeur de 49° pour la latitude de l'Abbaye et qu'il a

sans doute simplement recopié les exemples et valeurs numériques fournis dans les livres de l'époque. Par exemple dans un livre de N. Bion (1709) on trouve un tel diagramme tracé pour Paris (Figure 9) où la ligne babylonique 7 rejoint la ligne italique 23.

Dans les livres de l'époque ces tracés sont présentés essentiellement via des constructions graphiques assez fastidieuses et qui prêtent à des erreurs si elles ne sont pas appliquées avec soin; plus rarement sont proposées des tables de valeurs numériques. Sans doute encore par analogie avec les figures des livres de l'époque où c'est assez systématiquement le cas (Figure 6), les arcs des signes ont été gravés en pointillés sur le fragment par une succession de petits trous.

### **Le cadran d'heures inégales du grand fragment**

Elles constituent la quatrième sorte d'heures que l'on peut représenter sur un cadran solaire. Elles sont comptées à partir du lever du soleil et elles divisent la journée, entre lever et coucher du soleil, en 12 parties égales, quelle que soit l'époque de l'année. Il est manifeste que la division de la journée en 12 parties donnera des "heures" plus longues l'été que l'hiver, d'où le nom d'heures inégales. Elles sont appelées aussi antiques, judaïques, temporaires, planétaires ou bibliques. L'ombre indicatrice est comme précédemment celle de l'extrémité d'un style droit. La lecture est différente. Quand le soleil se lève il est 0 h, à midi quand il passe au méridien c'est la *fin* de la 6ème heure et quand il se couche c'est la fin de la 12ème heure. Seules comptent les heures entières. Avec les heures inégales on est plus *dans* une certaine heure et non *à* une certaine heure. Mais si par exemple l'ombre du style indique 3 h on sait qu'un quart de la journée s'est écoulé. La règle de Saint-Benoît les remit en vigueur pour repérer les sept offices quotidiens qui s'appelleront les heures canoniales : matines, laudes (lever du soleil soit 0 h), prime (1 h), tierce (3 h), sexte (6 h), nones (9 h), vêpres, complies (coucher).

Aux instants des levers et couchers du soleil l'ombre du style droit est rejetée à l'infini. Aussi sur ces cadrans les heures indiquées vont de 1 à 11. L'extrémité de l'ombre du style se comporte au cours d'une journée exactement comme celle du gnomon des arcs des signes. En général on se limite dans le tracé aux trois courbes correspondant aux solstices et équinoxes. C'est ce que l'on constate en particulier dans les anciens ouvrages de gnomonique (Figure 7).

Sur le fragment figure *un seul* point horaire du cadran d'heures antiques : celui de la onzième heure à l'époque du solstice d'hiver. Il faudra s'en contenter pour reconstituer le tracé. De nos jours cela ne présente pas de difficultés. Il est, dans son principe, identique au calcul précédent. Nous avons la distance mesurée du point 11 h à l'axe général. Cette distance dépend de la hauteur du style et de sa position sur l'axe. Des formules figurant dans les livres de gnomonique modernes [8] permettent de retrouver la distance mesurée (abscisse) en fonction de la hauteur du style. Une fois la distance retrouvée nous avons la hauteur du style droit (2,1 cm) et également l'ordonnée de ce point qui donne la position du style sur l'axe (15,35 cm du centre de la plaque ou 18,75 cm de l'équinoxiale). La reconstitution du tracé s'ensuit immédiatement. Nous avons utilisé deux méthodes. L'une semblable à la précédente consiste à recalculer les arcs des signes pour les angles horaires solaires correspondant aux heures inégales, comme pour un cadran solaire classique. Pour un jour donné et un lieu donné, la durée d'une heure temporaire est donnée par la 12ème partie de deux fois l'angle horaire L du Soleil, calculé ci-dessus, exprimé en heures. La durée d'une heure inégale vaut donc :

$$h = 2 \times L / 12$$

Si T est une heure temporaire (entière), l'angle horaire correspondant est :

$$H = L/6 * (T - 6)$$

L'autre est l'ensemble de formules donné dans [8] chapitre XXI, p. 298. Abscisse et ordonnée des points horaires sur les arcs diurnes sont calculées en fonction de H avec un seul paramètre : la hauteur du style droit.

Le dessin final du cadran complet est donné sur la figure 10. Il est évident que les lignes 1h et 11 h empiètent sur le diagramme italique-babylonique. On aurait pensé que logiquement et esthétiquement le graveur aurait évité ce recouvrement. Dans la reconstitution nous avons limité les 3 arcs des signes entre 2 et 10 heures et laissé isolées les lignes 1 et 11 heures. Il semble que le graveur avait commencé à représenter l'arc d'hiver au départ de la 11ème heure et qu'il s'est ravisé en se disant qu'il allait perturber le diagramme italique-babylonique. Il y a en effet deux petits trous dans la direction de ce point sous le chiffre 12 (Figure 9). Peut-être l'arc d'été était-il représenté entre 1 et 11 mais nous avons choisi de le limiter aussi aux heures 2 et 10.

Aux 17-18èmes siècles ce sont à nouveau des méthodes graphiques qui sont décrites dans les ouvrages de gnomonique comme celui Dom Pierre qui en propose deux. Dans les ouvrages les arcs sont tracés en tiretés (Figure 7), convention que l'auteur du cadran a sans doute adopté et que nous avons reprise dans le tracé reconstitué.

### Les sources et l'auteur

Plusieurs auteurs d'anciens d'ouvrages sur la gnomonique ont été cités dans le texte. Ils figuraient en effet dans la bibliothèque de l'Abbaye de Beauport. Celle ci apparaissant au début du 16ème siècle, se développe rapidement aux siècles suivants. Elle était importante et bien gérée : chaque chanoine devait fournir la liste des ouvrages en sa possession, empruntés ou achetés. Au fil des années, elle devint remarquablement fournie puisque l'inventaire quasi exhaustif réalisé en 1792 grâce à ces listes, recense quelques 2000 ouvrages de toute nature, religieux et profanes [1]. Parmi ces derniers il y avait une trentaine de livres de sciences et de techniques : mathématiques, mécanique, optique, chimie, architecture, navigation, géographie, peinture, verrerie ; plusieurs traitaient de l'astronomie et de la mesure du temps, des cadrans solaires en particulier, mais aussi de l'horlogerie.

Il se trouve que la majorité de ces ouvrages scientifiques ont été utilisés ou achetés par un chanoine en particulier, Claude Le Duc, qui fait profession en 1683 et devient le troisième personnage de l'Abbaye en 1715. L'importance de la bibliothèque scientifique de ce chanoine nous incite à émettre l'hypothèse qu'il est l'instigateur ou le concepteur, peut-être même le réalisateur des deux cadrans de l'Abbaye. Les constructions, les démonstrations, les tables, les rares calculs présentés dans ces ouvrages ont sans aucun doute été les sources d'inspiration pour établir le cadran horizontal mais aussi le cadran vertical de la Salle au Duc.

### Conclusion

La reconstitution des tracés de cet ensemble n'a pas présenté de difficultés particulières. Finalement lorsque l'on regarde le cadran multiple de Beauport reconstitué (Figure 10), le cadran qui ressort et domine la table est le cadran d'heures temporaires. Il occupe une surface inhabituelle par rapport aux cadrans multiples connus jusqu'ici. Sur ces cadrans, les lignes antiques, quand elles sont tracées, sont reléguées dans un coin de la table sous forme d'un petit cadran. Ici il donne l'impression d'être le cadran principal de l'ensemble. D'autant que c'est à cet endroit que devaient être dessiné le décor principal du cadran à

caractère religieux, et, peut-être, inscrite une devise, etc. c'est-à-dire ce qui attire le regard en premier lieu. Le cadran d'heures habituel est secondaire, repoussé sur un bord de la table, presque anecdotique. L'ensemble italique-babylonique/arcs diurnes est central et occupe aussi une place importante. Est-ce que les chanoines se fiaient à ce cadran d'heures inégales pour repérer l'heure des offices religieux et au cadran italique-babylonique pour évaluer l'écoulement de la journée, autrement dit l'auteur voulait-il signifier que ces heures étaient plus importantes, du point de vue de la vie religieuse de l'Abbaye, que les heures "civiles" ?

Dans une deuxième partie nous tenterons de déterminer comment en se basant uniquement sur les informations, les démonstrations, les constructions, les tables présentées dans cet ensemble d'ouvrages de gnomonique, avec leur date d'édition, pouvait-on réaliser un tel cadran solaire aussi précisément ?

### Les livres de l'Abbaye

Les dates d'édition des livres de gnomonique et d'horlogerie, quand elles sont connues, vont du début du 16<sup>ème</sup> au début du 18<sup>ème</sup> siècle, avec une majorité de dates au 17<sup>ème</sup> siècle. Les auteurs représentés étaient (la date d'édition du livre de la bibliothèque est entre parenthèses) :

#### Cadrans solaires

**Nicolas Bion** (1652-1733 ; ingénieur et constructeur d'instruments de mathématiques.) : *Traité de la construction et des principaux usages des instruments de mathématiques* (1709). L'ouvrage décrit la réalisation d'un grand nombre d'instruments scientifiques dont les cadrans solaires Rééditions en 1723, 1752.

**Pierre. Bobynet** (1593-1668 ; Père jésuite, enseignant au collège de La Flèche ; recteur des collèges de Moulins et de Quimper.) : *L'Horographie ingénieuse contenant des connaissances et des curiosités agréables dans la composition des cadrans* (1647). Ce livre est le développement d'un ouvrage antérieur *L'Horographie curieuse*. Première édition en 1644, rééditions en 1647, 1663, 1688.

**Girard Desargues** (1591–1661 ; géomètre et architecte) : *L'Art de tracer des cadrans ou Maniere universelle de poser le style aux rayons du soleil en quelque endroit possible, avec la règle, l'esquerre et le plomb* (1640). [6]

**Robert Hues** (1553-1632 ; mathématicien et géographe anglais) : *Tractatus de globis coelesti et terrestri, ac eorum usu* (1621). Cet ouvrage ne consacre pour le principe qu'un très court chapitre (chapitre XVI), uniquement textuel, à la réalisation des cadrans solaires à partir des globes ; il se limite à la description du tracé d'un horizontal. Le sujet lui semble absolument trivial. L'ouvrage est néanmoins une référence pour le sujet général qu'il traite, il sera réédité 13 fois de 1594 à 1663.

**Jacques Ozanam** (1640-1718 ; mathématicien) :  
- *Récréations mathématiques et physiques* (1694)

- Traité de gnomonique (date incertaine : 1673, 1685, 1711 ?)

Ces différents ouvrages ont fait l'objet de rééditions jusqu'à la fin du 18ème siècle. J. Ozanam a aussi publié un "Cours de Mathématiques" dont le Tome 5 traite de la Gnomonique (1693, 1697, 1699) ; son contenu n'est pas très différent des "Récréations", quoique plus technique. Du même auteur, sur le sujet, existent aussi "*La gnomonique*" et "*Méthode générale pour tracer des cadrans*" version remaniée du "*Traité*".

**Ignace-Gaston Pardiès** (1636-1674 ; Père jésuite) : *Deux machines propres à faire les Quadrans* (1676 , 1687, 1689). Le livre décrit deux instruments censés faciliter le travail du cadranier. L'un s'apparente à une sphère armillaire et permet de s'affranchir de la détermination de paramètres tels que la latitude et l'orientation d'un mur. L'autre est un ingénieux système de projection qui matérialise directement sur une surface lignes horaires et arcs des signes. [6]

**Dom Pierre de Sainte Marie Madeleine** (? -1648, de son vrai nom Pierre Desaint; Congrégation des Feuillants) : *L'Horlogiographie*. Paru initialement en 1641, il a été réédité en 1645, 1657, 1663, 1665, 1674, 1680, 1691 et 1701. L'inventaire de la bibliothèque ne mentionne pas de date d'édition ; c'est la version de 1674 que nous avons retenue.

## Horlogerie

Les deux livres d'horlogerie mentionnés seront cités uniquement pour mémoire; il s'agit de :

- **Christian Huygens** (1629-1695 ; mathématicien, physicien et astronome) : *Horologium Oscillatorium [1673]*, ouvrage dans lequel il décrit le principe et la réalisation du balancier d'horloge. L'introduction du balancier a, à l'époque, révolutionné l'horlogerie en lui permettant d'accéder à une exactitude meilleure que la minute. Contrairement au foliot qui régulaient les grandes horloges depuis l'origine, le fonctionnement du balancier relevait d'une théorie mathématique qui permettait un réglage précis.

- **William Derham** (1657-1735 ; théologien) : *Traité d'horlogerie pour les montres et les pendules [1731]* traduit de "*The artificial clockmaker*", ouvrage pratique sur la réalisation des mécanismes d'horlogerie. Il donne aussi au chapitre VII des indications sur la façon de régler une horloge sur un cadran solaire par l'équation du temps, ainsi que sur la manière de repérer le méridien et de tracer une ligne méridienne.

## Sources modernes

De nos jours tous ces ouvrages sont accessibles en version numérique, en consultation ou téléchargement, sur des sites internet tels que .:

- Gallica : (<http://gallica.bnf.fr>) avec redirection éventuelle vers d'autres sources.

- Google livres : (<http://books.google.fr/bkshp?hl=fr&tab=wp>) : copies de qualité moyenne; de plus les planches dépliantes sont numérisées .... pliées donc inexploitable.

-DFG Viewer : (<http://dfg-viewer.de/ueber-das-projekt/> et <http://opac.lbs-braunschweig.gbv.de/DB=2/LNG=EN/>)

- Bayerische Staats Bibliothek : (<http://www.bsb-muenchen.de/index.php>)

- e-rara (Université de Zürich) : (<http://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/1277123>) :

copies de haute qualité. Il est possible de numériser une partie d'un livre.

- Collections patrimoniales des bibliothèques de l'Université de Strasbourg : (<http://docnum.u-strasbg.fr/cdm/>) : ici aussi copies de haute qualité.
- Les Bibliothèques virtuelles Humanistes : (<http://www.bvh.univ-tours.fr/index.htm>)
- La Cinémathèque française : (<http://www.bibliotheque-numerique-cinema.fr/page/>)
- Museo Galileo : (<http://www.museogalileo.it/>) : copie de qualité. Le site est en italien mais très bien lisible. Il renvoie à d'autres bibliothèques numériques dans le monde.
- American libraries : (<http://archive.org/details/ajn3365.0001.001.umich.edu>). Le site renvoie à d'autres sites de numérisation.
- Open Library : (<http://openlibrary.org/>)

Rappelons le site de la Commission des Cadrons Solaires de la S.A.F. ([http://www.commission-cadrons-solaires.fr/?page\\_id=85](http://www.commission-cadrons-solaires.fr/?page_id=85) ) ainsi que le site général du gnomoniste italien Nicola Severino qui donne de nombreuses sources de versions numérisées d'ouvrages sur les cadrons solaires : (<http://www.nicolaseverino.it/Siti%20Web/Biblioteca%20digitale%20Le%20Fonti.htm> )

### Bibliographie

- [1] Association des Amis de Beauport : *Abbaye de Beauport*. Ouvrage collectif. 2002
- [2] A.-C. Ballini : Communications personnelles, 2013
- [3] J.-P. Cornec, P. Labat : *Cadrons solaires de Bretagne*. Editions Skol Vreizh, 2011
- [4] H. Larivain : *L'Abbaye de Beauport*. Les Presses bretonnes, 1962
- [5] L. Meiffret : *L'Abbaye de Beauport*. Editions Ouest-France, 2006
- [6] J. Parès : *La gnomonique de Désargues à Pardiès*. Cahiers de l'Histoire des Sciences, N°17, 1988.
- [7] R. Sagot et D. Savoie : *Cadrons solaires déplacés ou déréglés*. Observations et Travaux, N°20, p.18, 1989
- [8] D. Savoie : *La Gnomonique*. Les Belles Lettres, 2007



Figure 1  
Le grand fragment



Figure 2  
Le petit fragment

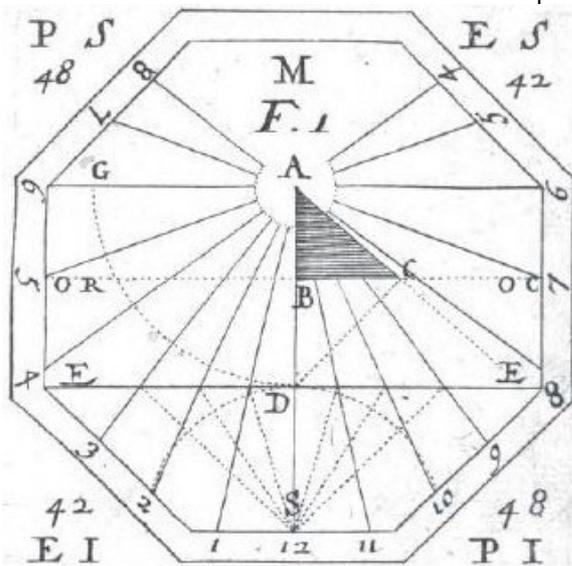


Figure 3  
Tracé géométrique d'un horizontal  
*P. Bobynet (1647)*

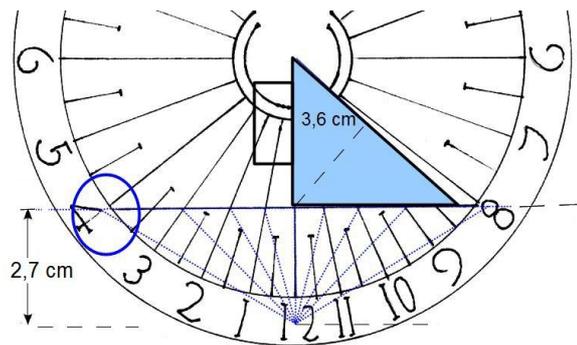


Figure 4  
Tracé de l'horizontal et son style

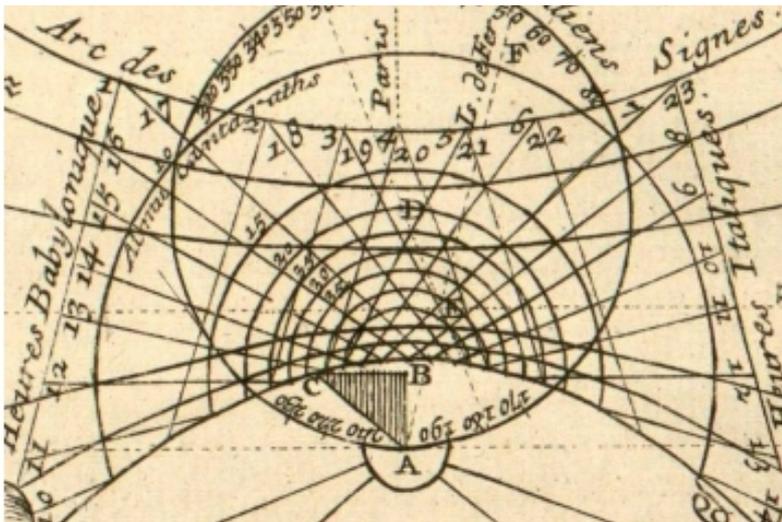
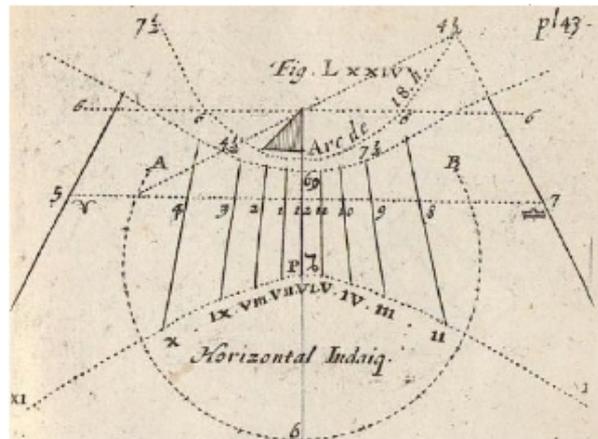
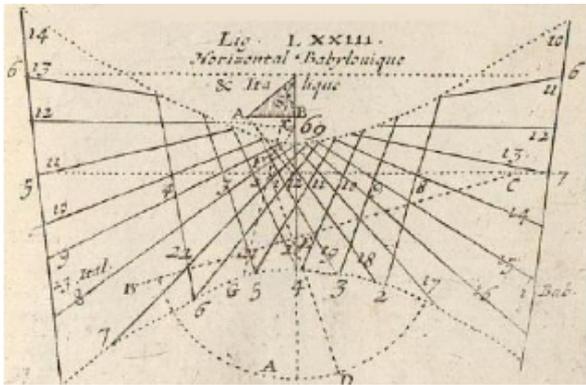
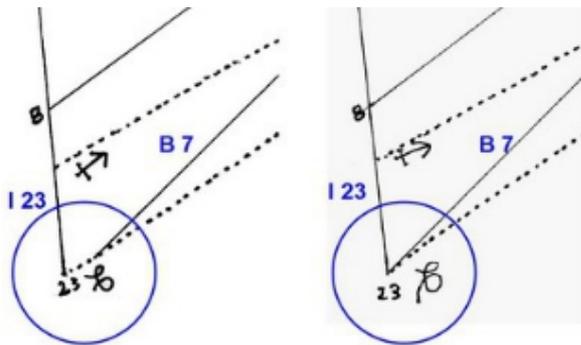


Figure 5  
Arcs des signes et lignes  
italiques-babyloniennes  
pour Paris à la latitude  
49°  
N. Bion (1709)



▲ Figure 6 Dom Pierre de Ste M.-M. (1661)  
Figure 7 Dom Pierre de Ste M.-M. (1661) ►

Représentation des arcs des signes en pointillé



Latitude 48°46'

Latitude 49°

Figure 8



Figure 9 Début du tracé de l'arc d'hiver

Tracé complet du cadran

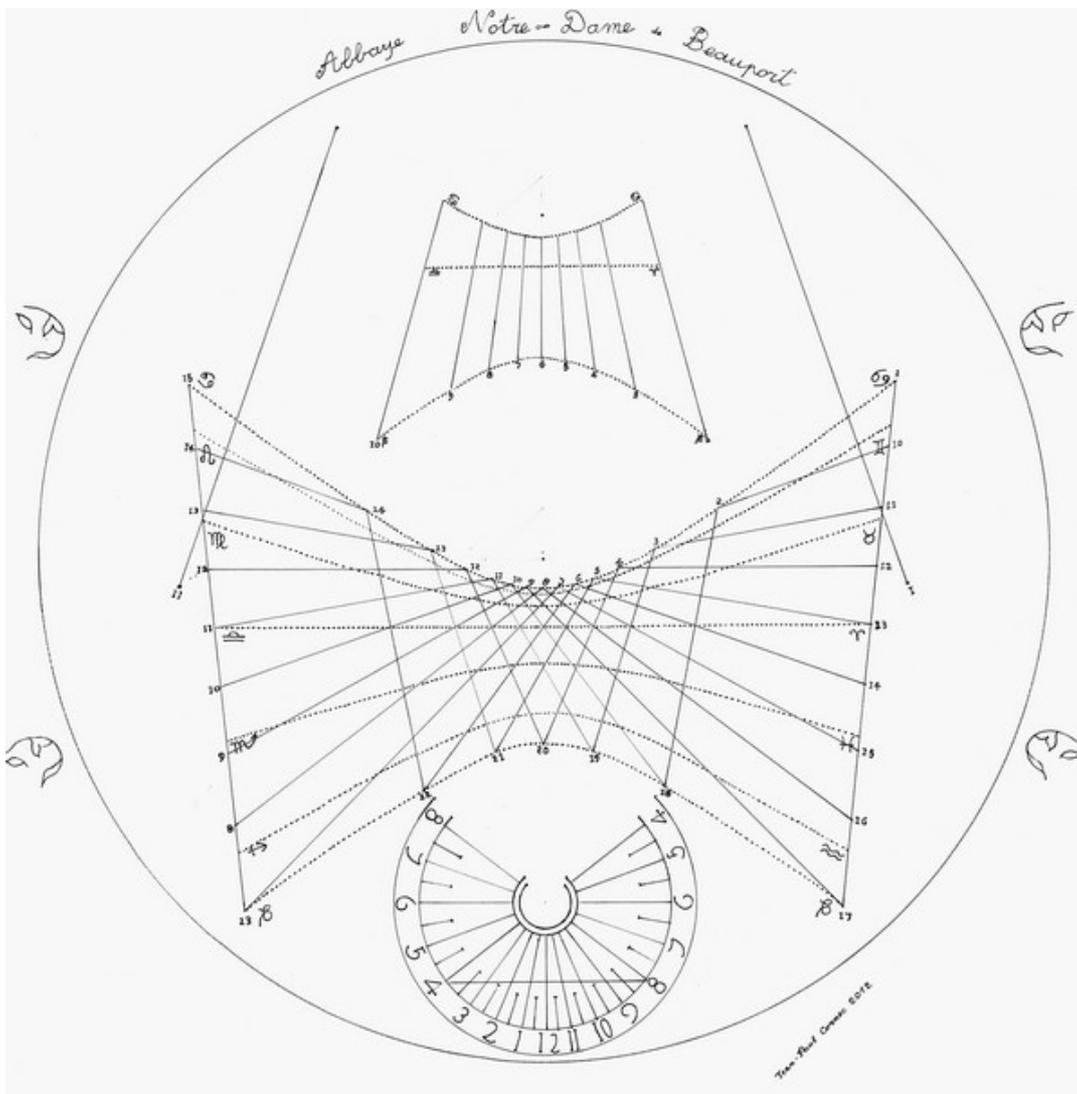


Figure 10



## Cadran solaire sur vitrail

Didier Cottier

*L'inventaire des cadrans solaires français ne comporte aucun cadran sur vitrail. De même la technique de réalisation d'un tel type de cadran et en règle générale celle du vitrail n'ont jamais fait l'objet d'un article dans Cadran Info. Découvrons ce monde du verre et de la lumière avec notre collègue D. Cottier.*

La lecture des cadrans solaire sur vitrail se fait à l'inverse d'un cadran traditionnel.

Le style est à l'extérieur mais la lecture se fait de l'intérieur.

Mes horloges sont réalisées avec le logiciel SHADOWS.

Création de type XVIII<sup>e</sup> siècle  
devise : le temps passe, la lumière reste ►

### LA CONCEPTION D'UN VITRAIL

Trois phases sont décisives dans le processus de création d'un vitrail. Contrairement à d'autres techniques comme la peinture à l'huile, la technique du vitrail



laisse peu de place à l'improvisation pendant la réalisation. Il est nécessaire de réfléchir en amont à tous les détails qui seront rencontrés : le dessin, la couleur, la solidité et la pérennité de l'ensemble...

### La maquette

C'est un document qui montre un aperçu détaillé d'un vitrail en le représentant à l'échelle 1/10. Elle est conçue pour communiquer l'idée au client qui donne son avis avant la réalisation.

Elle indique le tracé des plombs, la coloration des pièces de verre, la peinture éventuelle et le passage des armatures métalliques. Toutes les indications qui seront visibles doivent y être inscrites. La maquette met en valeur les proportions des pièces les unes par rapport aux autres et par rapport à la taille de la fenêtre. C'est un document de référence tout au long de la conception du vitrail : depuis la coloration jusqu'au résultat final.

### Le carton

Il constitue une étape intermédiaire entre la maquette et le tracé d'un panneau. C'est un agrandissement à l'échelle 1/1 établi panneau par panneau où tous les plombs sont indiqués tout comme les détails de peinture. Il montre un aperçu réel.

## La coloration

Cette étape détermine l'harmonie des différents verres colorés. On choisit les verres suivant les couleurs indiquées sur la maquette et en tenant compte de leur nature : antique, plaqué, imprimé... Les échantillons des verres sont comparés sur une verrière d'exposition pour observer le rapport des couleurs entre elles. Les verres soufflés à la bouche et utilisés pour la restauration des monuments historiques [www.saint-just.com](http://www.saint-just.com)

## LES MESURES D'UN VITRAIL

La fabrication d'un vitrail nécessite un relevé précis de différentes mesures indispensables à sa réalisation.

La précision est de l'ordre du millimètre pour que chaque panneau s'ajuste sans défaut dans son emplacement.

### La mesure calculée à l'atelier

Avant de tracer un panneau, on détermine sa mesure "coupe de verre" (cdv). C'est la mesure du vitrail à laquelle on enlève la taille du plomb d'entourage.



## LE TRACÉ D'UN VITRAIL

C'est le dessin du motif, réalisé à l'échelle 1/1 sur du papier fort. Il est toujours réalisé à la mesure "coupe de verre". Le tracé, qui est ensuite calibré, indique alors par ses limites, les limites du verre qui seront entourées par un plomb (le plomb d'entourage) lors du sertissage. Le réseau des plombs est tracé avec précision en utilisant la maquette comme modèle.

Si l'on possède un carton, on peut décalquer le dessin des plombs sur le papier. Dans le cas d'une vitrerie : on utilise un compas à balustre pour reporter les écartements identiques.

### La numérotation des pièces :

Les pièces sont différenciées par des numéros afin d'être facilement localisées. Une feuille de verre peut avoir des variations de valeur qui seront visibles sur les pièces. On peut donc indiquer le sens du dégradé (+/-) ou l'intensité choisie (forte, moyenne, faible).

### Le calque

Avant d'être calibré, le tracé est reporté sur un calque. Cette "sauvegarde" est importante pour la réalisation de futures copies ou d'éventuelles réparations de pièces cassées. Il sert aussi à positionner les pièces qui sont coupées et éviter les confusions et les pertes.

Un deuxième calque peut être réalisé pour le sertissage qui servira de guide en étant glissé sous le panneau.

## LE CALIBRAGE DU TRACÉ D'UN VITRAIL

Après avoir réalisé le calque, le tracé est découpé méthodiquement. Sur chaque trait du

tracé, le calibrage sert à enlever l'épaisseur de l'âme du plomb. Le calibrage permet de conserver les mesures du panneau en tenant compte de l'épaisseur de l'âme des plombs qui s'additionne lors du sertissage. Il convient d'enlever cette épaisseur (1,75mm) sur le tracé. Celle-ci se répartie de chaque côté du trait. On obtient des calibres en papier qui servent de guide pour la coupe de chaque pièce.

Le calibrage à 3 lames est utilisé pour découper les formes . Ils possèdent une lame centrale mesurant 1,75 mm qui retire l'épaisseur de l'âme du plomb.

### **Le chemin de plomb**

Pour faire un bon calibrage, il faut tenir compte de la priorité des pièces lors du montage. Le passage des plombs doit donc être anticipé dès le calibrage.

On peut donc faire coïncider la numérotation des pièces (que l'on indique sur le tracé) avec leur ordre de montage. Le « chemin de plomb » détermine l'organisation du réseau et l'ordre du montage des pièces. Il est étudié au préalable pour obtenir un réseau solide et logique. Au delà de sa fonction mécanique, le chemin de plomb dessine le motif du vitrail.

### **LA COUPE DES PIÈCES D'UN VITRAIL**

La coupe des pièces est très précise car chaque défaut peut modifier le résultat, soit dans les mesures, soit dans le motif. Les calibres servent de guide pour chaque pièce et leur superposition avec les pièces doit être parfaite. On utilise un diamant (naturel ou synthétique) ou un coupe-verre (roulette de vitrier).

D'une façon générale, l'action de la coupe se fait en deux temps : une rayure puis un décrochage. Si la rayure est correctement effectuée, le verre « file » et le décrochage se fait rigoureusement à cet endroit (les molécules sont séparées pour permettre ensuite la séparation). Dans tous les cas, plus le décrochage est tardif, moins il est facile car la coupe se referme ensuite peu à peu. Si la main ne peut décrocher les deux morceaux, on utilise une pince à décrocher positionnée perpendiculairement au trait de coupe. Si les bords sont imparfaits après le décrochage, on les rectifie avec une pince à gruger. Pour une meilleure finition, la pierre carborundum permet d'améliorer le bord des pièces.

### **L'organisation est différente suivant le motif et le type de pièces à débiter**

Si chaque pièce est unique, on utilise individuellement chaque calibre. Ce cas s'applique souvent à des motifs calibrés aux ciseaux trois lames. Le coupe-verre suit rigoureusement le bord du calibre sans d'empiéter.

Pour obtenir une pièce, il faut exécuter plusieurs traits de coupe, c'est à dire autant de traits que son contour en comprend. Généralement, les côtés les plus difficiles sont coupés en priorité pour éviter les pertes de temps et de matière.

### **LA PEINTURE SUR VERRE**

Elles sont distribuées par les fabricants sous forme de poudre de différentes compositions. Le peintre doit mélanger chaque produit à un liant et à un diluant pour obtenir la consistance adéquate. Ce mélange est préparé sur une plaque de



verre à l'aide d'un couteau palette. Elles modifient l'aspect du verre par une texture translucide

et les cémentation peuvent être préparées à l'avance et conservées.

Elle est translucide (émail, jaune d'argent) ou opaque (grisaille) et désignent les peintures qui nécessitent une cuisson. La transparence de chaque produit varie aussi suivant l'utilisation des diluants (nature, quantité).

## LES TECHNIQUES DE PEINTURE SUR VERRE

Le peintre verrier travaille sur une surface lumineuse pour évaluer en permanence la transparence de son travail. Il peint en position horizontale sur une table lumineuse ou en position verticale (légèrement inclinée) sur un chevalet « vitré ». Sur une table, la main qui peint repose sur un « petit banc » pour être stable et éviter les tremblements.

- **Les traits** : ils sont réalisés grâce à des pinceaux à trait de différentes tailles, composés de poils de martre (nerveux) ou petit gris (souple). les traits opaques sont obtenus par une "grisaille" au vinaigre.

- **Les aplats** : l'application s'effectue d'abord avec un pinceau dit « mouilleur » composé de poils de « petit gris » puis se poursuit par l'intervention d'un blaireau. Celui-ci sert à répartir la peinture pour obtenir soit un aplat uniforme ou dégradé. La matière est délicatement dirigée par les passages successifs de son extrémité ; ce travail s'appelle le "blaireutage" et l'effet obtenu est un "blaireauté". La qualité et l'effet obtenu dépendent de la valeur claire ou obscure de la peinture et de la finesse de son grain.

- **Les enlevages** : le principe consiste à supprimer partiellement de la matière sur une peinture non cuite pour permettre le passage de la lumière.

## LE SERTISSAGE D'UN VITRAIL

Le sertissage regroupe l'ensemble des gestes pour assembler les verres et les plombs. Il doit respecter le chemin de plomb qui a été prévu lors du calibrage.

### Les équipements et outillages

La table de montage est le support qui va recevoir l'assemblage. Elle est en bois (de peuplier de préférence) et reçoit deux règles clouées perpendiculairement sur ses bords. Ces règles sont biseautées pour recevoir le plomb d'entourage. Le montage vient s'appuyer dans le coin formé à gauche ou à droite du monteur suivant s'il est gaucher ou droitier.

Le monteur utilise des couteaux de montage de différentes largeurs qui servent à

couper le plomb et à le manipuler. On peut aussi utiliser un couteau à plomb en forme de serpe. Celui-ci dispose d'une lame courbe finissant en pointe et d'un manche souvent muni d'une butée en étain pour remplacer le marteau. Le marteau sert à taper les extrémités des plombs, à planter les clous montage, à tasser les verres dans les plombs (avec son manche) et à tasser le panneau quand le sertissage est terminé. L'ouvre plomb sert à écarter les ailes des plombs pour qu'ils accueillent les pièces.

Les clous de montage servent à maintenir les pièces provisoirement lors du montage. Leur forme est conique pour ne pas écailler le verre et pour qu'ils s'enlèvent aisément.



Les couteaux (1 et 2), l'ouvre-plomb (3), les clous (4), petites règles à bords biseautés (5).

### **Principes de mise en plomb**

Les plombs et les verres vont s'emboîter alternativement après avoir mis les plombs d'entourage jusqu'à ce que la totalité des pièces soit sertie. Le panneau sera ensuite « fermé » avec des règles de montage, mis aux mesures et d'équerre.

- ♦ Tous les plombs doivent être ouverts avant d'être insérés dans le panneau ; leur aspect doit être propre et ne doit présenter aucun défaut.

- ♦ Les plombs installés doivent être ouverts avec l'ouvre-plomb pour accueillir une pièce de verre.

- ♦ Chaque plomb doit être légèrement aplati à son extrémité afin de pouvoir pénétrer jusqu'au cœur d'un autre déjà installé.

- ♦ Un plomb situé entre deux verres doit être immédiatement coupé et aplati pour qu'un suivant puisse couvrir le montage effectué.

- ♦ Un plomb n'est jamais coupé au milieu d'une pièce, un suivant vient toujours l'arrêter.

- ♦ Avant d'être soudées, les ailes des plombs sont rabattues à l'aide d'une spatule à rabattre pour consolider le panneau. Cet outil est en bois ou en plastique et peut avoir deux formes : soit pour rabattre les deux ailes en même temps, soit pour rabattre une seule aile à la fois.

### **Manipulation des plombs :**

Pour couper le plomb, la pointe du couteau doit être posée sur la table pour ensuite abaisser le côté tranchant à l'endroit désiré. Ceci évite que le plomb soit écrasé.

Une fois coupé, le plomb doit garder sa forme initiale ; son âme doit rester droite et verticale et les largeurs des ailes doivent être parfaitement superposées. Pendant le montage, le plomb doit être touché le moins possible avec les doigts pour ne pas être déformé.

### **LE SOUDAGE D'UN VITRAIL**

Lorsque tous les plombs sont assemblés, le réseau est solidarisé en faisant fondre un peu d'étain sur chaque intersection. L'étain est le métal utilisé pour le soudage car il fond à une très basse température (232°C). On l'utilise sous forme de baguettes composées d'un mélange avec 40% de plomb.

De l'oléine est appliquée au préalable sur chaque intersection à l'aide d'un pinceau ou en imprégnant la baguette d'étain. Cette huile sert à décaper la surface du plomb pour que la soudure adhère.



Le chevauchement des ailes des plombs est recouvert et dissimulé sous l'étain. La soudure est légèrement bombée sans être trop grosse. La deuxième face du panneau est ensuite contre soudée à l'exception du plomb d'entourage qui ne l'est pas.

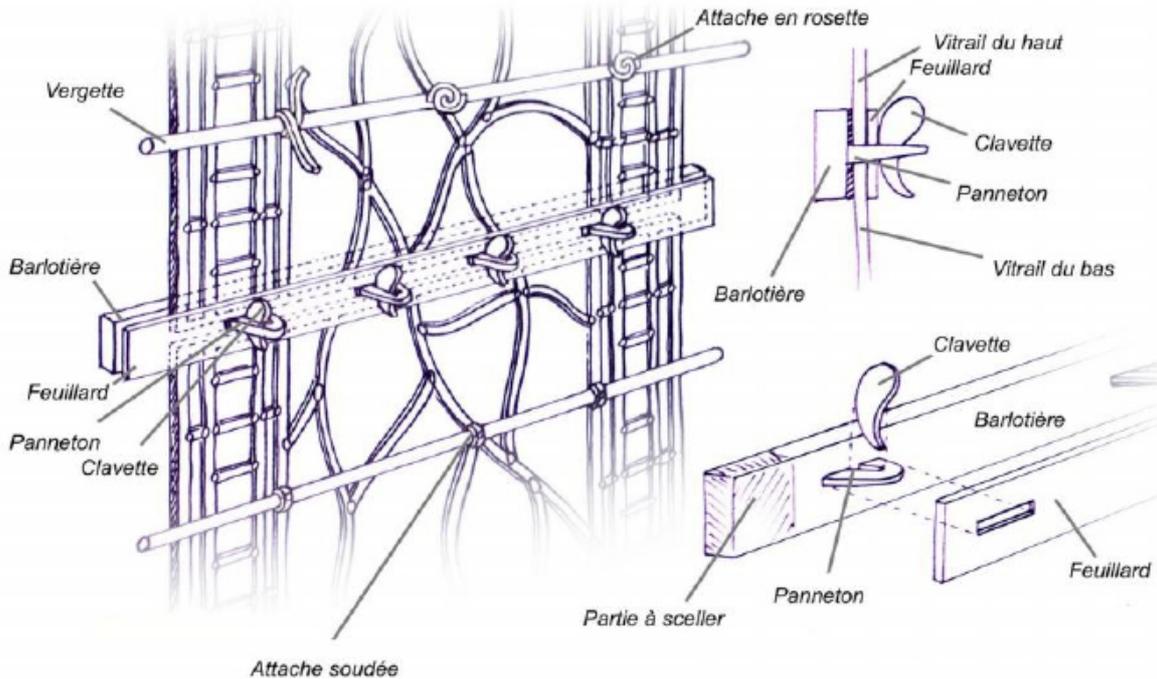
### **LE MASTICAGE D'UN VITRAIL**

Cette opération assure l'étanchéité et consolide le vitrail. Lorsque les plombs sont soudés, le panneau n'est pas encore hermétique. On comble les fins espaces entre les verres et les plombs à l'aide d'un mastic liquide. Celui-ci est appliqué à l'aide d'une brosse ronde pour qu'il pénètre entre les ailes des plombs et la surface du verre. Ceci nécessite un nettoyage intensif utilisant de la sciure et une brosse à chiendent.

Le mastic est une composition à base d'huile de lin, de blanc de Meudon (d'Espagne, de Troyes) et de siccatif (pour accélérer le séchage). Le panneau sèche ensuite pendant plusieurs jours avant d'être définitivement nettoyé et posé dans son emplacement.



Le vitrail est posé dans des cadres en métal (barlotières), il est tenu par ses filets de scellement (généralement en verre blanc), des vergettes (barre ronde en métal) sont rajouté horizontalement tous les 20 cm. le vitrail est lié aux vergettes par des attaches en plomb soudé sur le réseau, ce montage protège des pressions du vent jusqu'à 220 kH.



Pose d'un vitrail dans une maçonnerie, scellement au mortier de chaux.

## CADRAN SOLAIRE SUR VITRAIL

Il est possible d'envisager plusieurs solutions pour la pose du style.

° Soudure par fusion :

- style en verre soudé à une température de 700°. (les verres doivent avoir une composition identique).

- ° Collage :
  - effectuée avec une colle UV.
- ° Soudure à l'étain :
  - le style est soudé sur le réseau de plomb.
- ° Traditionnel :
  - par vissage dans les cadres en bois.
  - soudure, arc ou chalumeau sur les barlotières d'encadrement.
  - scellement, prompt ou résine dans les cadres en pierre.

Mr Didier COTTIER Atelier Ombre-Jaille  
Siret : 749.931.820.00015  
**www.ombrejaille.com**

38390 Montalieu-Vercieu Nord Isère  
Latitude 49°49'14"N . longitude 5°25'09"E



Reproduction d'un vitrail de la cathédrale de Chartres



Emblème de l'atelier de D. Cottier





## Cadran sphériques

François Estivalet

*Le cadran sphérique est un peu le parent pauvre de la gnomonique. En effet il est relativement précis. De surcroît il faut positionner le style manuellement pour la lecture de l'heure.*

Un cadran sphérique est souvent massif, lourd, relativement difficile à réaliser. Il nécessite un pied imposant, coûteux, pourtant, à lui seul, ce cadran indique beaucoup de données : les heures en tout point du globe, la pente du jeu d'éclairage des saisons, le dessin des continents etc. Malgré cela on lui préfère son négatif le cadran armillaire.

### Le traçage

Il est simple, ici, pas de trigonométrie sphérique, mais en principe peuvent être, en général, tracés sur le support :

- Vingt-quatre cercles horaires ou 24 fuseaux horaires, un cercle équatorial, deux petits cercles polaires, deux cercles tropiques, parfois la ligne d'horizon, le premier vertical aussi, 24 chiffres romains pour les heures, 12 chiffres arabes affectés des signes +/- pour calculer le décalage horaire avec d'autres pays ; un style parfois fléché fixe flanqué d'une surface courbe ouvragée, rotative, articulée sur l'axe des pôles ou une série de 24 mini-gnomons fichés sur l'équateur au niveau des lignes horaires.

En fait nous avons une sorte de graticule terrestre tracé par un observateur géo centré. Par contre sa mise en station sur la croûte terrestre induit la même erreur de parallaxe que le style polaire classique autrement dit : insignifiante



### Les réglages

- incliner l'ensemble axe style sphère en fonction de la latitude du lieu,
- orienter le fuseau horaire (zéro pour nous), avec sa ligne 12 heures du lieu en direction du sud géographique,
- actionner le style rotatif jusqu'à l'obtention de l'ombre la plus fine possible.

### Les informations obtenues

- l'heure vraie (chiffres Romains),

- l'heure d'un autre point du globe à partir du chiffre (arabe) en regard avec le lieu choisi soustrait ou additionner suivant le signe, de notre heure vraie préalablement visualisée (voir photo hiver plus bas),

- la visualisation de l'éclairage diurne de la terre oscillant en fonction des heures de la journée et des saisons,

- la visualisation de l'angle d'attaque des lignes crépusculaires sur les continents et océans en fonction des saisons (point fort et particulièrement spectaculaire de ce cadran et cela malgré l'inévitable pénombre).



Il est à noter que cette pénombre s'estompe à une distance de 3 à 4 mètres du cadran. (Voir plus loin "photo été").

### Quelques modèles



Cabrière d'Avignon (Vaucluse) sous la neige ►



▲ Langres Haute Marne capitale en 2013 de la philosophie (Diderot Musée Dubreuil)





Abbaye Saint Georges de Boucherville à proximité de ROUEN . Lecture au sol en



fonction des saisons grâce à l'ombre projetée par la cime de la sphère ▲ .



Lignes crépusculaires : été  
hiver automne printemps, sur  
un même cadran : Été



Hiver



Printemps/  
Automne

### La préférence armillaire

Le cadran armillaire est inclus dans le cadran sphérique, terre miniature dont on a enlevé la partie terraquée, mais en matérialisant les lignes imaginaires comme :

- 1/2 équateur inférieur, large supportant les lignes horaires et leur chiffre associé;
- l'axe polaire souvent fléché lui aussi;
- l'antiméridien pour supporter l'axe polaire, le réglage en latitude et la coulisse de fixation;
- le support.

### Lecture de l'heure

- simple et direct sans aucune intervention.

**Quelques modèles**



Roussillon Vaucluse



Oslo

◀ Jardin de l' hôtel de ville Château-Bernard

**Réalisation d'un armillaire**

° Le cadran :

Fer plat 25 x 4 : 2 longueurs de 1270 m/m. Fer plat de 50 x 3 : 1 longueur de 1270 m/m. Cintrage à froid par martelage entre les mâchoires d'un étau à pied. Assemblage par rivets. Fixation des chiffres romains en laiton par soudage. Style : tige filetée pour fixation pointe et empennage flèche .

° Le traçage : Après cintrage, les espaces circulaires entre deux lignes horaires sur la partie concave se calculent suivant :

$$(2 \pi R / 360) AH$$

(AH= angle horaire ponctuel (15° x fois)

(R = rayon interne du cintrage)

° Le socle: emploi de matériaux de maçonnerie suivant plan (voir plus bas).

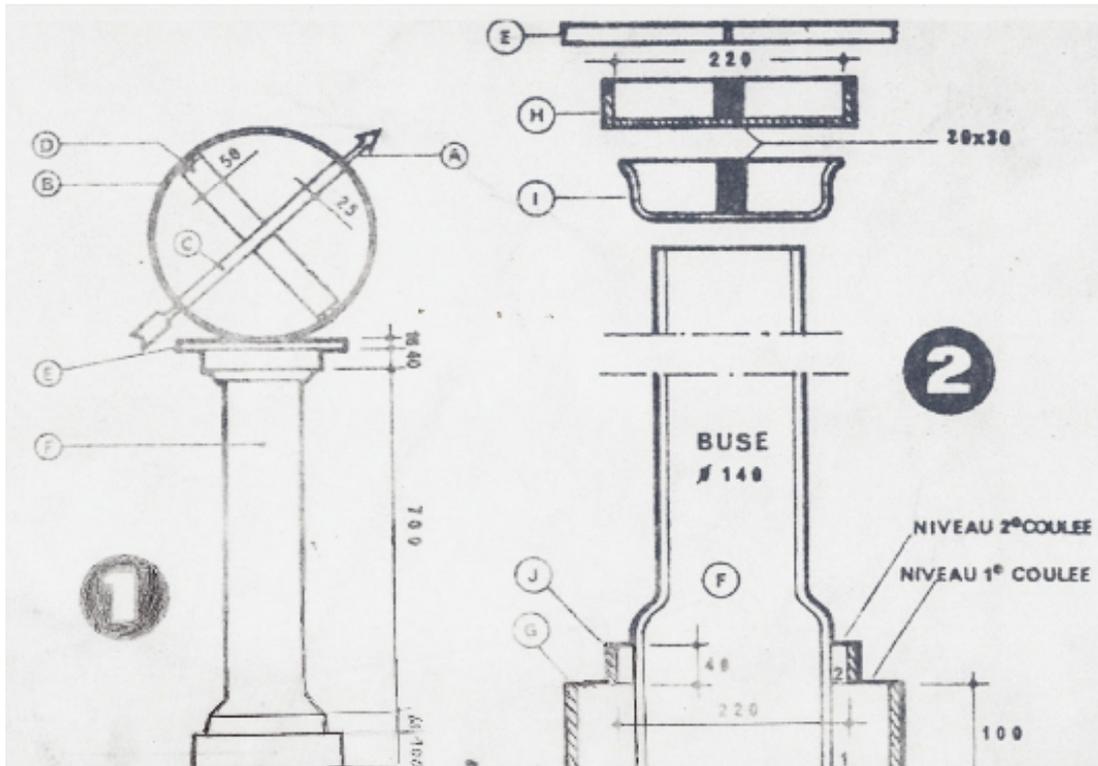


**Réalisation d'un cadran sphérique**

° En pierre : tour à pierre ou moulage. Traçage : compas de

proportion utile pour le traçage des continents et lame ajourée en feuillard pour le traçage des grands cercles.

° En bois, acier inox : tour, compas de proportion etc...



### Cadran proche de l'armillaire : le cadran cylindrique polaire

Demi-cylindre incliné de la latitude du lieu orienté Est Ouest. Les bords du demi cylindre servent de style un (Est) pour avant midi l'autre (Ouest) pour le passé midi.

Le traçage sur la partie concave, est ici différent. L'espace entre le tracé des lignes horaires est le double de celui de l'armillaire, soit des pas de traçage de 30° au lieu des 15° habituels. Chaque ligne donne une double indication ex: VII /XIII pour la ligne virtuelle 8h armillaire. L'espace circulaire entre 2 lignes est égal à :

$$(2 \pi R/180) AH$$

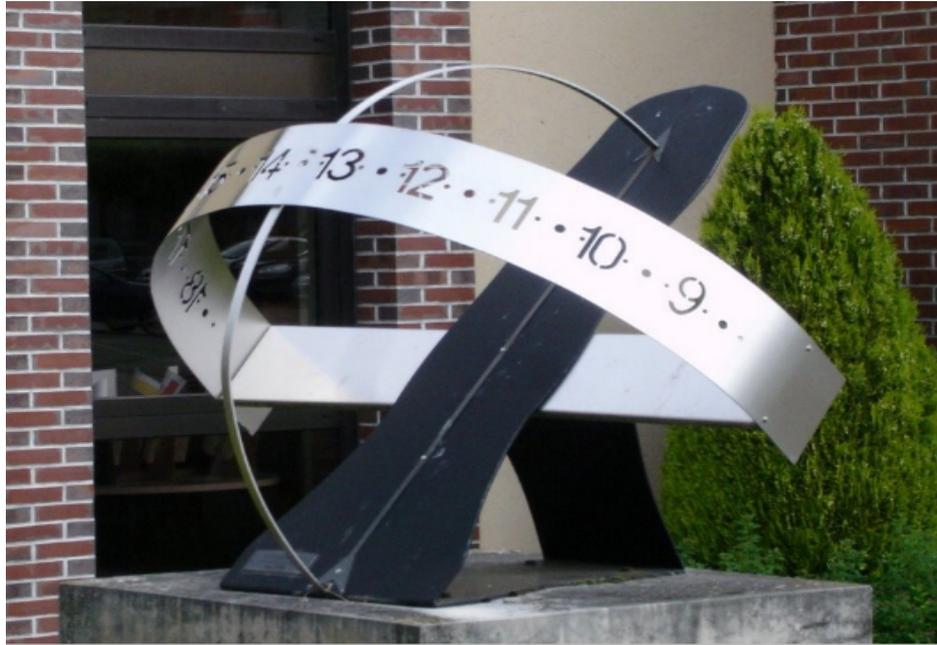
La lecture de l'heure est limitée à 6 heures par style. A midi l'ombre est absente. Le remède éventuel est de fixer un style central et tracer les lignes armillaires en plus mais on obtient ainsi une double numérotation horaire distincte avec une graduation sur deux confondue.

Exemple



Lieu dit :  
" le logis neuf" sur le flanc sud de la montagne du  
Luberon (Vaucluse).

**Cadrans singuliers**





## Indicateur solaire chinois?

Claude Guicheteau

*Description d'un objet en bois, nommé ici "indicateur solaire" et dont l'inclinaison de la table est fonction des saisons.*

Cet objet n'est pas vraiment un cadran solaire, on pourrait le qualifier de cadran incliné saisonnier. Il ressemble à un cadran équinoxial traditionnel occidental qui serait gradué sur la face supérieure seulement, n'étant utile que de l'équinoxe de printemps à l'équinoxe d'hiver. Dans cet objet, l'inclinaison de la table n'est pas faite selon la latitude d'utilisation mais en fonction des saisons, par quinzaine, à raison de 13 positions dans un sens pour un semestre. Ces mêmes positions servent dans l'autre sens pour compléter l'année.

Construction en bois léger, jaune, verni, long. 166mm, largeur 54mm, épaisseur 16mm replié et 73mm déplié.

### La boussole.

Au centre de la plaque rectangulaire, une boussole de ø20 mm au fond argenté avec une ligne de foi noire. La partie sud de l'aiguille est traditionnellement peinte en rouge. Autour de la boussole, trois couronnes contenant des idéogrammes. La première est divisée en 8 secteurs égaux marqués, en noir, des quatre points cardinaux principaux et des quatre secondaires, soit 8 rums. Dans la deuxième couronne, quatre idéogrammes, aux points cardinaux principaux, un en rouge au sud, les autres en noir : 南正 sud exact, 西正 ouest exact, 北正 nord exact, 东正 est exact.

La dernière couronne (ø48 mm extérieur) porte 24 secteurs et autant d'idéogrammes. Ce sont les *Tcheou* utilisés

dans les ouvrages nautiques, ils représentent 24 directions. Certaines sont à l'encre noire, les autres en rouge. Voir le tableau de Klaproth<sup>1</sup> ci-contre.

1. 午 OU, sud.	13. 子 TSU, nord.
2.* 丁 Ting, sud 1/6 ouest.	14.* 癸 Kuei, nord 1/6 est.
3. 未 Wei, sud 1/3 ouest.	15. 丑 Tcheou, nord 1/3 est.
4. 坤 KHOUEN, sud-ouest.	16. 艮 KEN, nord-est.
5. 申 Chin, sud 2/3 ouest.	17. 寅 Yn, nord 2/3 est.
6.* 庚 Keng, sud 5/6 ouest.	18.* 甲 Kia, nord 5/6 est.
7. 酉 YEOU, ouest.	19. 卯 MAO, est.
8.* 辛 Sin, ouest 1/6 nord.	20.* 乙 Y, est 1/6 sud.
9. 戌 Siu, ouest 1/3 nord.	21. 辰 Chin, est 1/3 sud.
10. 乾 KHIAN, nord-ouest.	22. 巽 SUN, sud-est.
11. 亥 Hai, ouest 2/3 nord.	23. 巳 Szu, est 2/3 sud.
12.* 壬 Jin, ouest 5/6 nord.	24.* 丙 Ping, est 5/6 sud.

<sup>1</sup> Klaproth, Heinrich Julius Von. Lettre à Monsieur le baron A. de Humboldt, sur l'invention de la boussole. Paris 1834. <http://books.google.com>

### Les deux volets articulés.

De part et d'autre de la boussole et symétriquement, un volet de bois est articulé horizontalement sur l'axe est/ouest. Sur chacun des volets sont tracés des couronnes délimitant des surfaces où sont des idéogrammes. Aux centres, un style en laiton rabattable (long 25 mm). Sous chaque volet, une béquille en laiton, articulée pour se caler dans des encoches taillées dans la grande plaque rectangulaire.

Volet au **sud** (qui regarde le nord) : La couronne interne est divisée en 12 secteurs pour le temps (car jadis, en Chine, le nyctémère était divisé en douze périodes de deux heures et il débutait à 23 heures, la période 23-1 heure est l'heure zéro) et sont représentés par les idéogrammes des animaux de l'astrologie chinoise. Le signe du cheval, en rouge, représente la sixième heure (entre 11 et 13 heures).

Dans la deuxième couronne, deux lignes concentriques de 24 caractères. Sur le cercle extérieur, 24 caractères identiques (des ? sur le dessin) signifiant "heure"; sur le cercle intérieur deux suites de 12 caractères, dans la première suite, les nombres de 1 à 12 (de 13 heures à 24 heures, minuit) puis, la même suite, les nombres de 1 à 12 (de 1 heure à 12 heures, midi).

La dernière couronne (ø48 mm extérieur) est divisée par des petits traits gravés formant 96 secteurs égaux soit 15 mn par secteur.

Les divisions des deuxième et troisième couronnes sont conformes à nos cadrans équinoxiaux occidentaux mais l'indication horaire n'est bonne que si le volet est incliné suivant la latitude du lieu de la lecture, ce qui n'est pas le cas comme nous allons le constater. C'est cependant ce volet sud qui semble le plus utile à la connaissance de l'heure pour un occidental.

Volet au **nord** (qui regarde le sud) : Il y a aussi trois couronnes. L'interne contient 12 secteurs égaux avec chacun un idéogramme pour des directions cardinales secondaires (1/6, 3/6, 5/6, voir le tableau de Klapproth). La suivante est divisée en 12 secteurs pour le temps et sont représentés par les idéogrammes des animaux de l'astrologie chinoise. Le signe du cheval est en rouge sur le cadran.

Dans le troisième anneau, une ligne de texte comportant 12 paires d'idéogrammes, identiques, qui signifient "début" (D) et "milieu ou exact" (M) et se réfèrent au rayon diviseur situé à leur droite.

Branche terrestre	Nom chinois	Signe	Direction	Mois lunaire	Heure
子	zǐ	Rat	0° (Nord)	11 <sup>e</sup> mois (solstice d'hiver)	23h-01h
丑	chǒu	Bœuf	30°	12 <sup>e</sup> mois	1h-3h
寅	yín	Tigre	60°	1 <sup>er</sup> mois	3h-5h
卯	mǎo	Lapin	90° (Est)	2 <sup>e</sup> mois (équinoxe de printemps)	5h-7h
辰	chén	Dragon	120°	3 <sup>e</sup> mois	7h-9h
巳	sì	Serpent	150°	4 <sup>e</sup> mois	9h-11h
午	wǔ	Cheval	180° (Sud)	5 <sup>e</sup> mois (solstice d'été)	11h-13h
未	wèi	Mouton	210°	6 <sup>e</sup> mois	13h-15h

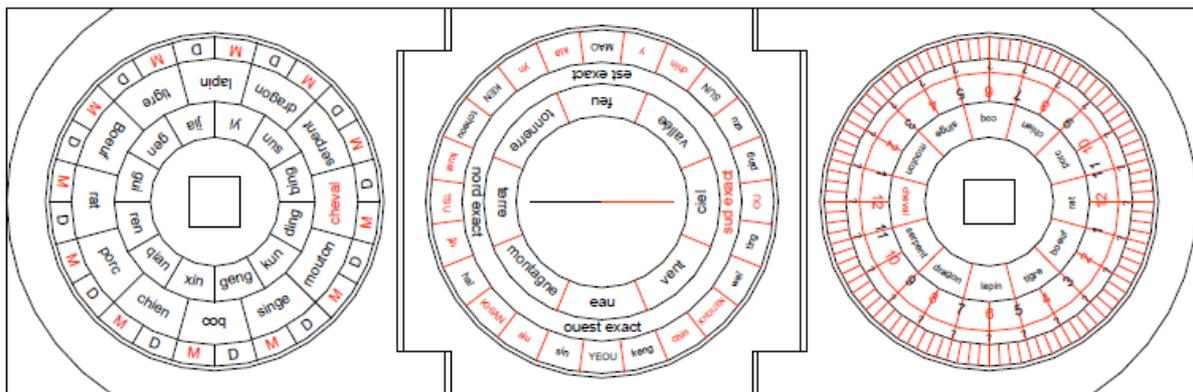
申	shēn	Singe	240°	7 <sup>e</sup> mois	15h-17h
酉	yǒu	Coq	270° (Ouest)	8 <sup>e</sup> mois (équinoxe d'automne)	17h-19h
戌	xū	Chien	300°	9 <sup>e</sup> mois	19h-21h
亥	hài	Porc	330°	10 <sup>e</sup> mois	21h-23h

Tableau des 12 secteurs de la couronne interne du volet sud, avec correspondance des heures<sup>2</sup>.



Volet Nord

Volet Sud



Origine des traductions du contenu des couronnes :

◦ Volet nord : Couronne interne, traduction Kiyoshi Takada<sup>3</sup>; couronne médiane, origine Joël Robic; couronne externe, interprétation de l'auteur.

◦ Boussole : Couronne interne, traduction Kiyoshi Takada; couronne médiane, interprétation de l'auteur; couronne externe, traduction Heinrich Julius Von Klaproth.

◦ Volet sud : Couronne interne, origine Joël Robic; couronne médiane, interprétation de l'auteur (avec Google); couronne externe traduction amicale de Yu-Kwa.

<sup>2</sup> Robic Joël. <http://www.cadrans-solaires.fr/cadran-portatif-chinois.html>

<sup>3</sup> Takada Kiyoshi. Sundials of the Far East, pages 7 à 13. In Sundials at Greenwich, par Hester Higton. 2002

Texte	Signification	Direction	Saison
乾 <i>Qián</i>	Ciel	Sud	Été
巽 <i>Sun</i>	Vent	Sud-ouest	Milieu de l'été
坎 <i>K'an</i>	Eau	Ouest	Automne
艮 <i>Gèn</i>	Montagne	Nord-ouest	Milieu de l'automne
坤 <i>K'un</i>	Terre	Nord	Hiver
震 <i>Zhèn</i>	Tonnerre	Nord-est	Milieu de l'hiver
離 <i>Li</i>	Feu	Est	Printemps
兌 <i>Duì</i>	Vallée	Sud-est	Milieu du printemps

Tableau des 8 secteurs de la couronne interne de la boussole

Texte	Tronc céleste	Signification	Direction	Saison	§ Alan Hoenig	N° I Ching
甲 <i>jiá</i>	1er	Bois - Armure	Orient	Printemps	50	
乙 <i>yì</i>	2ème	Bois - Nourriture	Orient	Printemps	2107	27
巽 <i>sun</i>		Vent	Sud-est			57
丙 <i>bǐng</i>	3ème	Feu - Incendie	Sud	Été	474	
丁 <i>dīng</i>	4ème	Feu - Incendie	Sud	Été	25	
坤 <i>kūn</i>		Terre	Sud-ouest			2
庚 <i>gēng</i>	7ème	Métal	Occident	Automne	689	
辛 <i>xīn</i>	8ème	Métal	Occident	Automne	1200	
乾 <i>qián</i>		Ciel	Nord-ouest		2111	1
壬 <i>rén</i>	9ème	Eau	Nord	Hiver		
癸 <i>guì</i>	10ème	Eau	Nord	Hiver		
艮 <i>gèn</i>		Montagne	Nord-est		1810	52

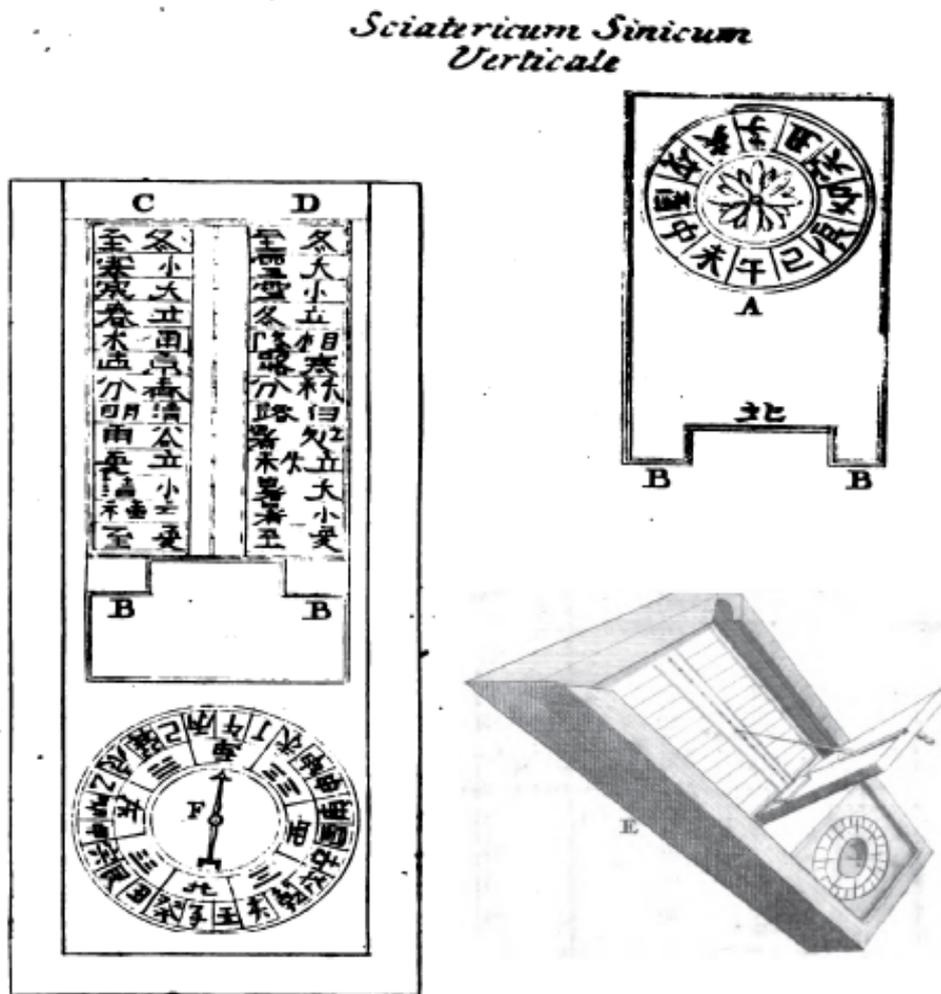
Tableau des 12 secteurs de la couronne interne du volet gauche

Dans ce dernier tableau :

° La colonne "§ Alan Hoenig" se réfère au § du dictionnaire chinois-anglais d'Alan Hoenig.

° La colonne "I Ching" se réfère au n° du caractère dans le livre éponyme chinois, traduit par Paul-Louis-Félix Philastre (1837-1902), produit en version numérique en 2009 par Pierre Palpant, dans le cadre de la collection : "Les classiques des sciences sociales" dirigée et fondée par Jean-Marie Tremblay, professeur de sociologie au Cégep de Chicoutimi.

[www.ugac.quebec.ca](http://www.ugac.quebec.ca).



*Ex museo Illustrisfimi atque Excellentisfimi  
S. R. S. Comitiss de Biron etc. etc.*

Illustration, dans un ouvrage<sup>4</sup> de 1735.

L'objet représenté n'a qu'un seul volet, nécessaire et suffisant pour l'usage. On retrouve en A le cercle horaire; en C et D les 26 positions saisonnières; en F la boussole et l'aiguille fléchée pointant le sud.

<sup>4</sup> Bayer, Gottlieb Siegfried. De horis sinicis. Saint-Petersbourg 1735. <http://books.google.com>. Dans ce livre, en latin, les tables II à VI (à partir de la page 32) donnent la concordance entre les cycles horaires chinois, les heures chinoises et les heures européennes, de 15 en 15 minutes pour les 24 heures occidentales.

## L'échelle des quinzaines

Sous chacun des volets, une table avec 2x13 espaces écrits, séparés par 13 encoches creusés dans le bois. La béquille sous le volet, en butant dans les encoches, donne 13 inclinaisons au volet. Chaque encoche représente une quinzaine comme le présente le tableau de position de la béquille suivant les dates.

## Pourquoi deux volets ?

A vrai dire, on n'en sait rien, gnomoniquement cela ne semble rien apporter. L'exposition au soleil permet cependant quelques constatations: Quelque soit la saison, au moins un cadran est au soleil. Lorsqu'ils sont, ensemble, suffisamment éclairés, pour une quinzaine donnée, les ombres n'ont pas la même direction angulaire sur leur plan respectif, sauf à midi, ni la même longueur. Malgré la boussole, on est désorienté quant à l'utilisation de cet objet. Ce type de cadran se rencontre aussi avec 1, 4 ou 8 volets.

## Position de la béquille suivant les dates<sup>5</sup>

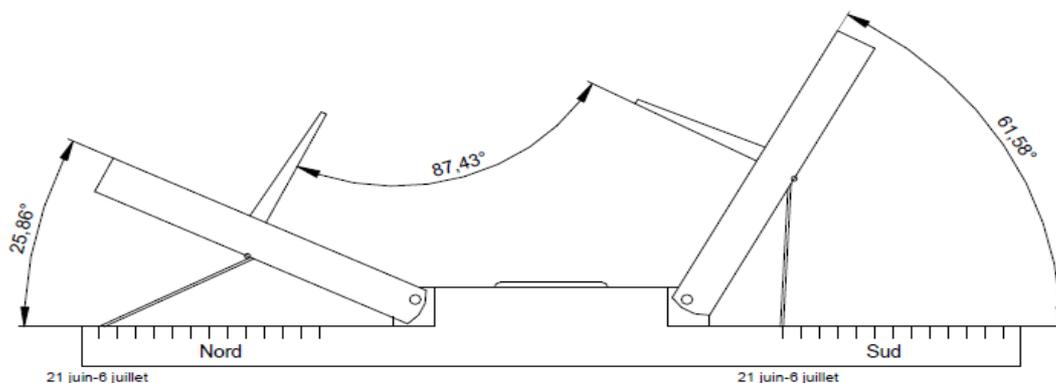
夏至 xiàzhì	21 juin - 6 juillet	Solstice d'été
芒種 mángzhòng	6 juin - 20 juin	Grains en épis
小滿 xiǎomǎn	21 mai - 5 juin	Petite rondeur
立夏 lìxià	6 mai - 20 mai	Début de l'été
穀雨 gǔyǔ	20 avril - 5 mai	Pluie pour le grain
清明 qīngmíng	5 avril - 19 avril	Clair et brillant
春分 chūnfēn	21 mars - 4 avril	Équinoxe printemps
驚蟄 jīngzhé	5 mars - 20 mars	Réveil des insectes
雨水 yǔshuǐ	19 févr. - 4 mars	Pluie
立春 lìchūn	4 févr. - 18 fév.	Début du printemps
大寒 dàhán	20 janv - 3 fév.	Grand froid
小寒 xiǎohán	6 janv. - 19 jan.	Froid léger
冬至 dōngzhì	22 déc. - 5 janv.	Solstice d'hiver



Échelle crantée placée au sud<sup>5</sup>.

夏至 xiàzhì	21 juin - 6 juill.	Solstice d'été
小暑 xiǎoshǔ	7 juil. - 22 juil.	Chaleur légère
大暑 dàshǔ	23 juil. - 6 août	Grande chaleur
立秋 lìqiū	7 août - 22 août	Début d'automne
處暑 chùshǔ	23 août - 7 sept.	Arrêt des chaleurs
白露 báilù	8 sept. - 22 sep.	Rosée blanche
秋分 qiūfēn	23 sept - 7 oct.	Équinoxe d'automne
寒露 hánlù	8 oct. - 22 oct.	Rosée froide
霜降 shuāngjiàng	23 oct - 6 nov.	Gel possible
立冬 lìdōng	7 nov. - 21 nov.	Début de l'hiver
小雪 xiǎoxuě	22 nov - 7 dec.	Neige faible
大雪 dàxuě	8 dec. - 21 dec.	Neige importante
冬至 dōngzhì	22 déc. - 5 jan.	Solstice d'hiver

<sup>5</sup> Robic Joël. <http://www.cadrans-solaires.fr/cadran-portatif-chinois.html> pour les deux tableaux. Photo Cl. Guicheteau.



Dessin de l'objet étudié. Vue de profil des volets réglés pour la même période.

On s'attend à trouver les styles droits perpendiculaires entre eux pour cette même période du solstice d'été et  $23,45^\circ$  au nord (inclinaison de la terre et latitude du cercle polaire arctique). Les échelles des quinzaines sont vraisemblablement mal tracées ou mal placées pour l'articulation présente de la béquille. Cette dernière, au sud, devrait être verticale. Un soulagement toutefois, l'angle entre les styles est égal à la somme des angles des volets (à  $0,01^\circ$  près, arrondis du logiciel de dessin oblige) !

### L'inclinaison des volets.

L'étude du cadran présenté a permis de trouver les différentes inclinaisons des volets (inclinaisons identiques pour les deux plans). Cette connaissance donne le complément à  $90^\circ$  qui est une latitude.

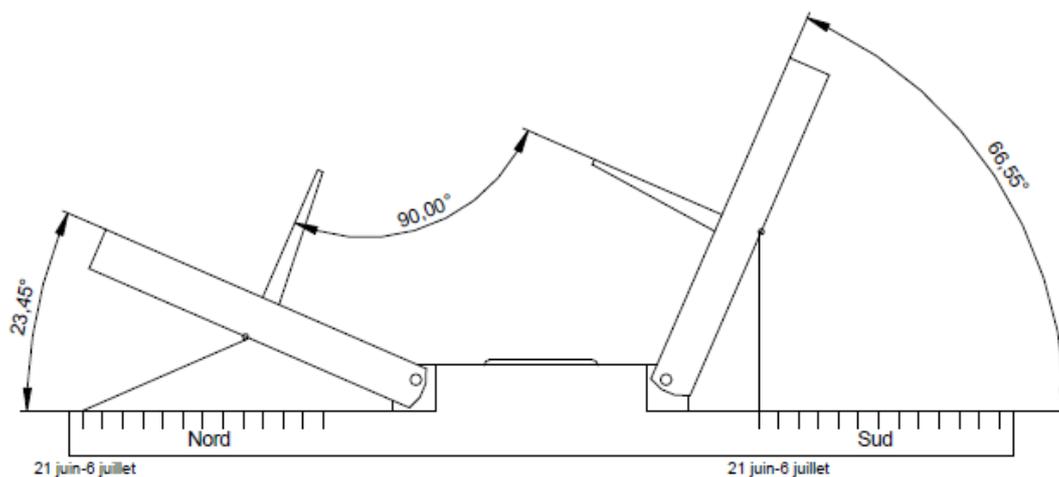
On peut donc utiliser le cadran (face exposée au sud) pour Le Mans par exemple, (latitude  $48^\circ$  N) en calant la béquille dans l'encoche la plus proche de cette latitude, soit les périodes 4 février-18 février / 7 novembre-21 novembre pour une latitude de  $48.06^\circ$ .

C'est une utilisation détournée

de ce type d'objet mais qui ne peut être utilisé qu'au printemps et en été, période durant laquelle le soleil passe au-dessus du plan du cadran. En automne et en hiver, le soleil éclaire le dessous du volet qui ne porte pas d'indications horaires.

Période sur table sud	inclinaison	Latitude
21 juin- 6 juillet / 21 juin- 6 juillet	$61.58^\circ$	$28.42^\circ$
6 juin -20 juin / 7 juil.-22 juil.	$61.67^\circ$	$28.33^\circ$
21 mai -5 juin / 23 juil.-6 août	$60.84^\circ$	$29.16^\circ$
6 mai -20 mai / 7 août-22 août	$59.37^\circ$	$30.63^\circ$
20 avril -5 mai / 23 août -7 sept.	$57.42^\circ$	$32.58^\circ$
5 avril -19 avril / 8 sept.- 22 sept.	$55.05^\circ$	$34.95^\circ$
21 mars -4 avril / 23 sept.-7 oct.	$52.33^\circ$	$37.67^\circ$
5 mars- 20 mars / 8 oct.-22 oct.	$49.26^\circ$	$40.74^\circ$
19 févr. -4 mars / 23 oct.- 6 nov.	$45.82^\circ$	$44.18^\circ$
4 févr. -18 fév. / 7 nov.-21 nov.	$41.94^\circ$	$48.06^\circ$
20 janv. -3 fév. / 22 nov.-7 déc.	$37.53^\circ$	$52.47^\circ$
6 janv. -19 janv. / 8 déc.- 21 déc.	$32.34^\circ$	$57.66^\circ$
22 déc. -5 janv. / 22 déc. -5 janv.	$25.86^\circ$	$64.14^\circ$

### Modification de l'objet



Dessin de l'objet modifié. Vue de profil des volets réglés pour la même période.

L'objet a été modifié de la façon suivante :

- La béquille est verticale au 21 juin-6 juillet pour le volet sud.
- La table nord est inclinée à 23.45° pour la même période.

La distance entre les appuis extrêmes devient 42.4 mm au lieu de 39 mm sur l'original.

Période sur table sud	Inclinaison Volet sud	Inclinaison Volet nord	Angle au centre	Latitude au style sud
21 juin- 6 juillet / 21 juin- 6 juillet	66.55°	23.45°	90°	23.45°
6 juin -20 juin / 7 juil.-22 juil.	66.13°	31.34°	97.47°	23.87°
21 mai -5 juin / 23 juil.-6 août	64.78°	37.38°	102.16°	25.22°
6 mai -20 mai / 7 août-22 août	62.80°	42.44°	105.24°	27.2°
20 avril -5 mai / 23 août -7 sept.	60.36°	46.86°	107.22°	29.64°
5 avril -19 avril / 8 sept.- 22 sept.	57.83°	50.80°	108.63°	32.17°
21 mars -4 avril / 23 sept.-7 oct.	54.34°	54.34°	108.68°	35.66°
5 mars- 20 mars / 8 oct.-22 oct.	50.80°	57.83°	108.63°	39.2°
19 févr. -4 mars / 23 oct.- 6 nov.	46.86°	60.36°	107.22°	43.14°
4 févr. -18 févr. / 7 nov.-21 nov.	42.44°	62.80°	105.24°	47.56°
20 janv. -3 févr. / 22 nov.-7 déc.	37.38°	64.78°	102.16°	52.62°
6 janv. -19 janv. / 8 déc.- 21 déc.	31.34°	66.13°	97.47°	58.66°
22 déc. -5 janv. / 22 déc. -5 janv.	23.45°	66.55°	90°	66.55°

Résultats des mesures sur l'objet modifié

### Une signature.

Au dos de la base rectangulaire, le texte suivant : **Zhong Guo Gu Hui, Wan An Hu Ji** qui signifie que l'objet a été fabriqué par l'entreprise Hu qui est à Wan'An, vieille ville chinoise (du comté de Xiuning), province d'An Hui (centre réputé pour la fabrication de boussoles pour le Feng shui et de cadrans solaires). Traduction de Nathan, le vendeur de Shanghai.

Coordonnées de Wan'An : latitude 29°47'N, longitude 118°12'E, sud-est de la Chine.

Avant la seconde guerre sino-japonaise (1937-1945) il existait dans le comté de Xiuning, trois fabriques de boussoles et de cadrans solaires.

Les ateliers Hu Ru Yi et Fang Xiu Shi ont fermé pendant cette guerre. Seul Wu Lu Heng a continué d'exister mais sans produire. Il a rouvert, après la réforme de la Chine, au début des années quatre-vingt. Un atelier Hu Ru Yi a été ouvert au début des années 2000.

En plus du ginkgo (cœur jaune), un autre bois est traditionnellement utilisé par les artisans de Wan An, il s'agit du Chongyang bois ou bois de tigre, ainsi nommé car sa texture externe grise ou gris-jaune rappelle la robe du tigre. Le bois juste coupé est blanc et avec le temps devient jaune dans les couleurs rose. Il est dur et dense, adapté à la gravure et l'écriture au pinceau.



### L'utilisation en chine.

Les volets étant réglés selon les saisons, non pas en latitude, la lecture de l'heure telle qu'elle est faite en occident, est plus qu'incertaine. Mais qu'elle indication de l'ombre du style recherchait-on au XVIIème siècle, en Chine, à l'époque où ces objets ont été fabriqués en plus grand nombre? Peut-être une aide à la décision concernant des actes de l'existence, des situations, pour qu'ils soient bénéfiques à son exécutant. Recherche du moment favorable ?



## *Cadran solaire chinois*

Petit cadran chinois,  
équatorial, réglable pour  
différentes latitudes.  
fabrication récente.

Photo : Ph. Sauvageot





## L'octaèdre du Ferraud

Paul Gagnaire

*Instrument didactique ou pièce de cabinet de curiosité, cette note présente l'étude d'un cadran solaire multi-face gravé sur bloc de calcaire et mis au jour au Ferraud, commune de Chaponost.*

### Plan

Présentation

Etude du cadran

- 1°) La famille des cadrans multi-faces
- 2°) Analyse géométrique du cadran
  - 21°) géométrie des faces
  - 22°) géométrie du volume
- 3°) Analyse gnomonique
- 4°) Valeur gnomonique des cadrans

Conclusion

Annexes

- a) Calculs géométriques développés
- b) Mesures du cadran horizontal
- c) Mesures du cadran méridional
- d) Les polyèdres platoniciens

Excursus

Nombre d'or et trigonométrie

Tableau EXCEL : octaèdre et gnomonique

Galerie de photos



### Présentation

Le cadran solaire octaédrique présenté dans cette note a été découvert fortuitement, par Messieurs Rino Maccararo et Giacomo Maccabei, lors de travaux de maçonnerie effectués, dans la maison de celui-là, au Ferraud, commune de Chaponost, un peu à l'ouest de Lyon. Ce village tire sa célébrité des vestiges de l'aqueduc de Beaunant, édifié probablement sous Hadrien, pour amener à Lugdunum les eaux du Gier, issues du massif du Pilat.

Il était pris dans les pierres de blocage du linteau d'une fenêtre et il semble raisonnable de lui attribuer une ancienneté au moins égale à celle de la maison, soit près de trois siècles. Il s'agit d'un bloc, en assez bon état, mais cassé, de calcaire blanc, portant des chiffres et des lignes d'heures gravés et peints en noir. Ses douze arêtes sont soigneusement arrondies et les deux sommets les plus aplatis ont encore été arasés, de façon à devenir de petits plateaux légèrement bombés, si bien qu'il est très malcommode de relever ses mesures. Nous verrons plus avant comment régler au mieux, cette difficulté et pourquoi il est souhaitable d'y parvenir.

Les faibles dimensions de ce bloc et le fait qu'en station correcte, il soit posé sur une face, peut inciter à se demander s'il n'était pas le couronnement d'un monument plus important, mais jusqu'à présent, rien d'autre n'a été mis au jour. On peut aussi penser à un instrument didactique (stéréotomie, gravure fine, gnomonique) ou à une pièce de cabinet de curiosité, tant ses faibles dimensions et l'approximation qui en résulte, rendent incertaine sa fonction horaire.

## Etude du cadran octaédrique

### 1°) La famille des cadrans multi-faces

Par ordre de complexité croissante, on trouve :

- a) Les cinq corps platoniciens ou solides réguliers, tétraèdre régulier, hexaèdre régulier (ou cube), octaèdre régulier, dodécaèdre régulier, icosaèdre régulier, qui possèdent respectivement 4, 6, 8, 12, 20 faces. Leur titre « régulier » leur vient de ce que leurs faces sont, toutes, des formes géométriques strictement identiques entre elles, avec tous leurs côtés égaux et tous leurs angles égaux. (voir Annexe et Album, en fin de texte).
- b) Les polyèdres semi-réguliers qui ne diffèrent des platoniciens qu'en ceci que tous leurs côtés ou tous leurs angles ne sont pas égaux entre eux. Ainsi, l'octaèdre du Ferraud est semi-régulier : toutes ses faces sont bien identiques entre elles, mais tous les angles et tous les côtés d'une face ne sont pas égaux.
- c) Les polyèdres composites qui sont des solides bornés par des formes géométriques différentes, assemblées avec art et exactitude, par exemple une alternance de triangles et de carrés.
- d) Les blocs gnomoniques, véritables sculptures où se réunissent des zones planes, des formes géométriques convexes et d'autres concaves, comme on en trouve de grandes quantités en Ecosse.

### 2°) Analyse géométrique du cadran du Ferraud (voir Annexe)

Elle est difficile à faire, car il manque un morceau de pierre et aussi parce que, nous l'avons dit, les arêtes ont été bien arrondies et les sommets aussi, qui, sous la main, ne sont plus pointes pyramidales, mais plutôt calottes à peine sphériques. Les quatre arêtes longues mesurent 182 mm ; les huit arêtes courtes 144 mm, mais ces mesures sont forcément entachées d'erreurs, pour les raisons que nous venons d'avancer, principalement l'arasement de deux pyramidions.

Heureusement, le graveur a ceinturé, sur chaque face, chacun des sept cadrans, d'un triangle dont les côtés ne peuvent qu'être parallèles aux arêtes émoussées, puisqu'ils ont aussi pour rôle d'isoler et de calibrer les bandeaux des marques horaires. Nous avons alors opéré sur ces triangles, tels que les présentent de bonnes photographies, prises perpendiculairement au centre des faces et à courte distance, ce qui a engendré des images à l'échelle d'environ 1,2/1. Les côtés longs des triangles mesurent alors 230 mm et les côtés courts 196 mm. Voici donc les valeurs que nous retenons, pour poursuivre l'étude. Bien que la dispersion des mesures soit très faible, nous avons d'abord rejeté les extrêmes et conservé les moyennes arrondies au millimètre et au demi-degré. Cependant, plus avant, quelques angles ou quelques longueurs, calculés et non mesurés, bénéficieront de plus de décimales. Bien entendu, ce changement d'échelle reste sans influence sur le raisonnement et sur les valeurs angulaires trouvées ; il affecte seulement les longueurs. Il suffit de conserver en esprit que le cadran,

avec ses sept styles taillés dans la masse, pouvait sortir d'un cube de pierre de 25 centimètres d'arête, pesant à peine trente kilos.

Le cadran du Ferraud est donc un octaèdre semi-régulier ; la longueur de ses arêtes, reconstituée en fonction des mesures des triangles gravés, vaudrait alors 182 mm (sans changement) et 155 mm (au lieu de 144) ; ses angles valent  $72^\circ$  aux pyramidions et  $54^\circ$  aux bases des triangles. Angles et longueurs concordent assez bien. Nous indiquerons, dans l'excursus, les rapports de ces angles avec le nombre d'or, car il n'est pas à exclure qu'il ait joué un rôle dans le choix de ces valeurs, alors qu'il était plus facile de tracer des triangles équilatéraux, avec des angles de  $60^\circ$ , ce qui eût engendré un corps platonicien. Avoir fait autrement appelle explication ; hypothèse, à tout le moins.

Le cadran en station correcte est posé sur une de ses huit faces, mais, pour la lecture de certaines des valeurs ci-après, on voudra bien considérer qu'il est aussi constitué de deux pyramides quadrangulaires qu'on peut imaginer posées sur une base dont le côté mesure 230 mm, ou assemblées par leur base. Il existe, du reste, des cadrans octaédriques posés sur un sommet.

#### 21°) géométrie des faces

Longueur de la hauteur des faces, issue de l'angle de  $72^\circ$  : 158, 284 mm

Longueur de la hauteur des faces, issue de l'angle de  $54^\circ$  : 186,07 mm

Longueur des côtés adjacents à l'angle de  $72^\circ$  : 195.65 mm (mesurées 196 mm)

Longueur des côtés adjacents à l'angle de  $54^\circ$  : 230 mm

Angles de pente des faces (options probables du cadranier)

Face Nord : retenu  $90^\circ$  cadran vertical septentrional

Face Sud : retenu  $90^\circ$  cadran vertical méridional

Face Nord-Est : retenu  $60^\circ$  (calculé  $58^\circ 28'$ )

Face Nord-Ouest : retenu  $60^\circ$  (calculé  $58^\circ 28'$ )

Face Sud-Est : retenu  $120^\circ$  (calculé  $121^\circ 72'$ )

Face Sud-Ouest : retenu  $120^\circ$  (calculé  $121^\circ 72'$ )

Face polaire : retenu  $45^\circ$  pour une latitude de  $45^\circ$

Face horizontale supérieure :  $0^\circ$

Face horizontale inférieure :  $180^\circ$  non tracée

#### 22°) géométrie du volume

Angle dièdre entre deux faces adjacentes aux arêtes de 196 mm :  $117^\circ$  mesurés

Angle dièdre entre deux faces adjacentes aux arêtes de 230 mm :  $90^\circ$  mesurés

Angle tétraédrique aux 2 pyramidions « aplatis » :  $4 \cdot 72 = 288^\circ$

Angle tétraédrique aux 4 pyramidions « pointus » :  $4 \cdot 54 = 216^\circ$

(Un polyèdre n'existe que si cet angle est inférieur à  $360^\circ$ . A cette valeur il est devenu simple surface.)

Angle entre 2 faces opposées (sommets aplatis de  $72^\circ$ ) :  $88^\circ/92^\circ$  mesurés

Angle entre 2 faces opposées (sommets pointus de  $54^\circ$ ) :  $55^\circ/57^\circ$  mesurés

Longueur de la diagonale du carré formé par les 4 arêtes de 230 mm :

325,269 mm (162,635 mm, la demi-diagonale)

Longueur de la moitié de la droite qui relierait les deux sommets de  $288^\circ$  (soit l'apothème des deux pyramides qui composent l'octaèdre) : 108,76 mm

Orientation et pente de cette droite : elle est confondue avec l'axe du monde, à la latitude  $46^\circ 5'$  puisque telle est sa pente sur l'horizontale, mais le cadranier a pu avoir en vue la latitude de Chaponost  $45^\circ 7'$ , en estimant que la dérive, non matérialisée, serait

invisible, ou bien il a pu négliger ce point qui est sans conséquence gnomonique sur le tracé des cadrans. Chacun possède son style, bien aligné dans l'axe du monde à la latitude 45° et le fait que l'axe du monde passe ou ne passe pas par les deux sommets Nord et Sud de l'octaèdre n'est qu'une curiosité et rien de plus. Connaît-on tant de cadrans polyédriques dont deux points matériels bien remarquables balisent l'axe du monde, là où ils sont installés ?

Perpendicularité des faces Nord et Sud avec les faces horizontales : on calcule 93.2° (46.6\*2) et, par symétrie, 86.8°. Retenu : 90°. Là encore, rien ne permet de dire si le cadranier a tenté de corriger cette dérive naturelle de son octaèdre en jouant sur le tracé des deux cadrans méridional et septentrional.

### 3°) Analyse gnomonique du cadran du Ferraud

On rappellera que :

La déclinaison gnomonique de la table d'un cadran solaire est l'azimut de la perpendiculaire à cette table, compté depuis le sud, positivement vers l'ouest, de 0° à 180° et négativement vers l'est, de 0° à -180°.

L'inclinaison du cadran est la distance zénithale de la normale au plan de sa table, de 0° à 89° pour les cadrans qui regardent le ciel, de 91° à 180° pour les cadrans qui regardent le sol.

Le cadran vertical a une inclinaison de 90°. Il est donc facile de connaître, pour chaque face, sa déclinaison et son inclinaison. Le tableau ci-dessous donne une vue d'ensemble des valeurs retenues, comme étant probablement celles qu'avait adoptées le cadranier :

Face	Position	Déclinaison	Inclinaison	
Supérieure	Horizontale	Non déclinante	0° face vers ciel	
Méridionale	Verticale (*)	Non déclinante	90° face vers Sud	
Sud-Est	Inclinée	-54° vers SE	120° face vers sol	
Sud-Ouest	Inclinée	+54° vers SW	120° face vers sol	
Nord-Est	Inclinée	-126° vers NE	60° face vers ciel	
Nord-Ouest	Inclinée	+126° vers NW	60° face vers ciel	
Septentrionale	Verticale (*)	±180° vers N	90° face vers Nord	
Polaire	Inclinée	Non déclinante	45° face vers ciel	
Inférieure(**)	Horizontale	Non déclinante	180° face vers sol	Non tracée

(\*) La verticalité des faces Nord et Sud, on l'a vu, est à relativiser, mais cette approximation n'affecterait guère le tracé des cadrans, car elle serait noyée dans l'épaisseur du trait.

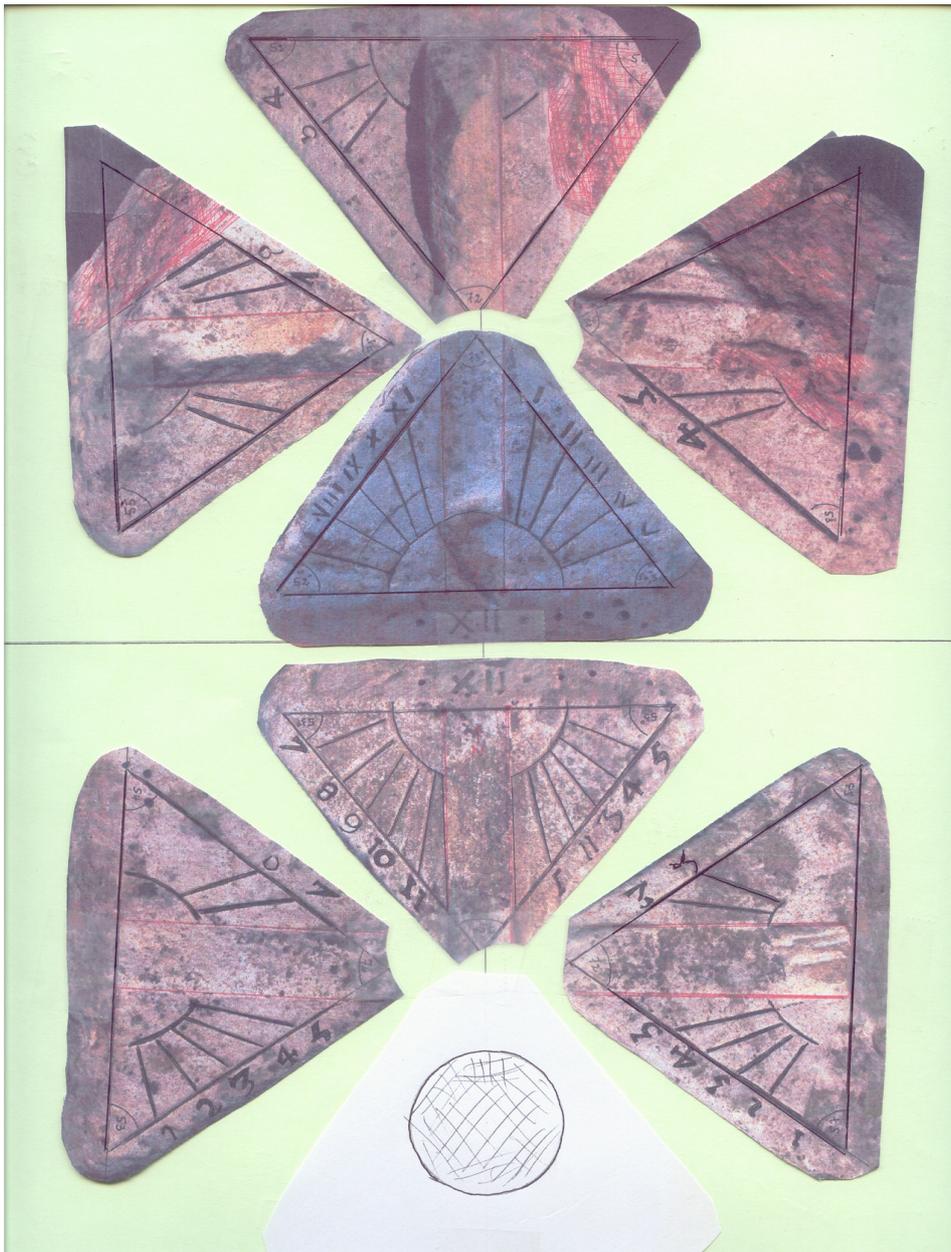
(\*\*) L'octaèdre est posé sur cette face inférieure, percée d'un long trou pour le passage de la tige de fixation.

Pour la commodité du lecteur nous présentons d'abord une image éclatée du bloc ; ses huit faces sont vues à plomb, à plat, le bloc supposé fendu le long des arêtes de 196 mm et sectionné en deux pyramides quadrangulaires dont le plan de séparation contiendrait les quatre arêtes de 230 mm. Le Nord est en haut de la composition.

Ensuite viennent trois planches où sont représentées chacune des sept faces tracées du bloc (plus l'arête arasée du petit cadran polaire), d'abord par sa photographie, puis calculée et tracée par SOLARIUM, le logiciel de Pierre-Joseph Dallet. Sur ces planches, le couple photo-

dessin est toujours montré tel que le verrait un spectateur faisant face à chaque face du bloc, successivement. Par exemple, la face Sud est présentée telle que la voit un spectateur regardant vers le Nord, debout devant la face ; au contraire, un spectateur qui regarde la face Nord, fait face au Sud. Photos et dessins reposent sur une arête ou sur un sommet, comme les faces le font en réalité.

L'album de photos hors texte rassemble des clichés faits par un opérateur tournant assez régulièrement autour du bloc et d'autres où chaque face est photographiée avec l'axe de visée dirigé vers le centre des triangles et à courte distance, ce qui n'a été possible qu'en basculant et en désorientant le bloc à chaque manœuvre. Les légendes des photos expliquent ces manœuvres.



Vue éclatée du bloc

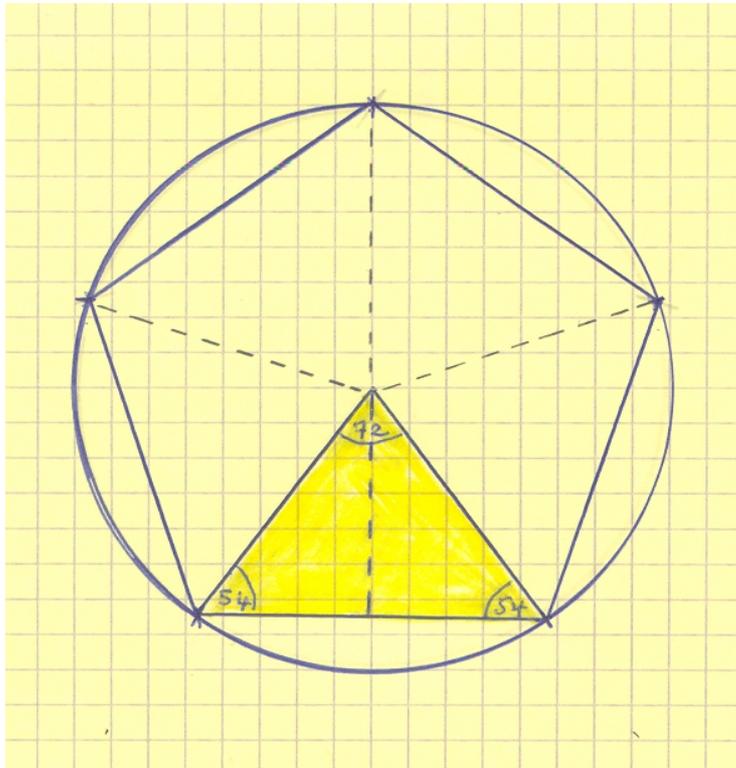
4°) Valeur gnomonique des cadrans

41°) Styles

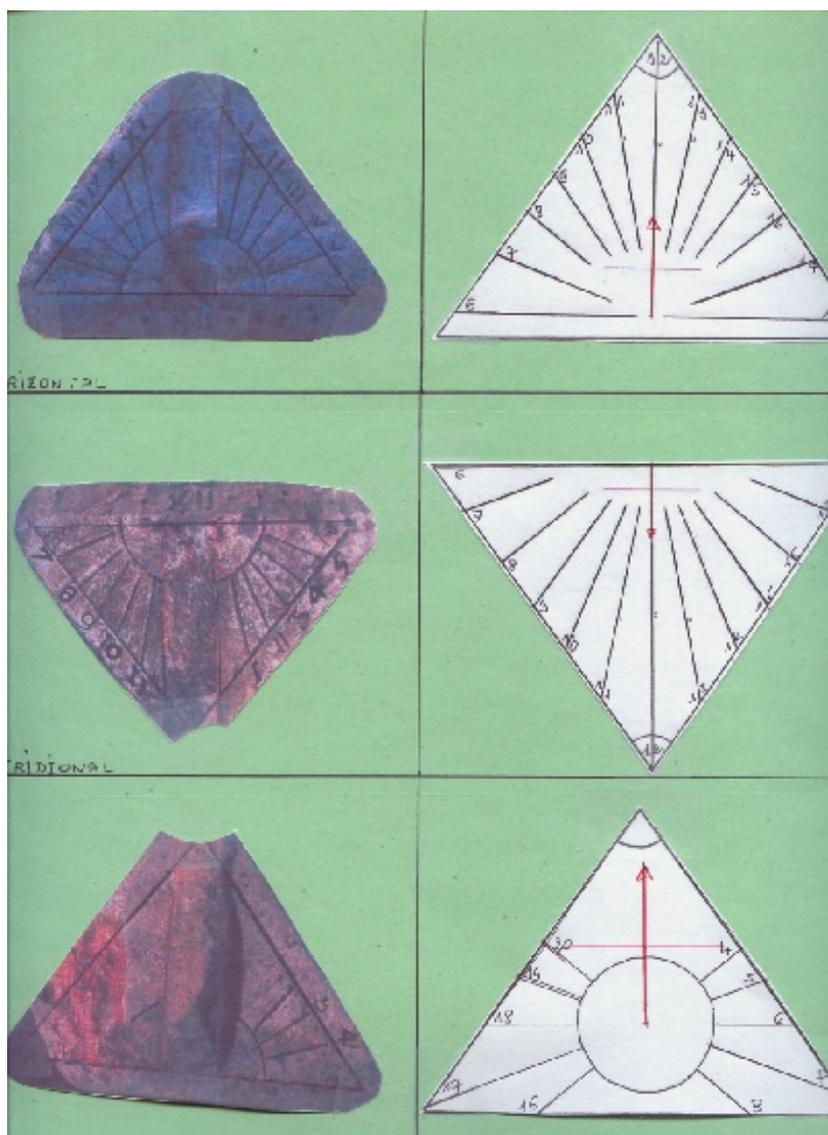
Les styles avaient été taillés de formes triangulaires, de 25 mm d'épaisseur, en excroissance du bloc, mais non rapportés, ce qui représente une certaine prouesse. Ils sont tous cassés, mais l'examen de leurs bases montre qu'ils étaient tous orientés de façon à joindre l'angle de  $72^\circ$  et le milieu du côté opposé. Leur base est donc horizontale, verticale ou inclinée d'environ  $45^\circ$ , selon la déclinaison et l'inclinaison du cadran d'où elles naissent. On peut présumer l'intention d'axer leurs arêtes dans l'axe du monde, donc la maîtrise des paramètres du système stylaire. Là encore, le cadranier a pu estimer que son tracé pour  $45^\circ/46^\circ$  de latitude donnait satisfaction.

Ce choix, combiné avec les calculs du cadranier, fait que l'heure sous-styloire, (numérotée avec les polices du cadran), vaut :

- Face horizontale : XII heures
- Face méridionale : 12 heures
- Face septentrionale : Minuit
- Face Sud-Est : 6 heures du matin
- Face Sud-Ouest : 6 heures du soir
- Face polaire : XII heures
- Face Nord-Est : 6 heures du matin
- Face Nord-Ouest : 6 heures du soir



Pentagone régulier et angles de  $72^\circ$  et de  $54^\circ$



#### 42°) Face horizontale

Le tracé n'est pas mauvais malgré quelques errements analysés dans l'annexe b). On peut en conclure que la latitude retenue par le constructeur tenait entre 45 et 47°. La numérotation des lignes horaires est romaine, de VII à V, sans XII ; on aurait aussi pu numérotter VI matin et VI soir, mais pas les heures extrêmes d'été, en raison de la forme triangulaire choisie. Hormis le petit polaire, évoqué plus loin, cette face horizontale est la seule à recevoir les chiffres romains.

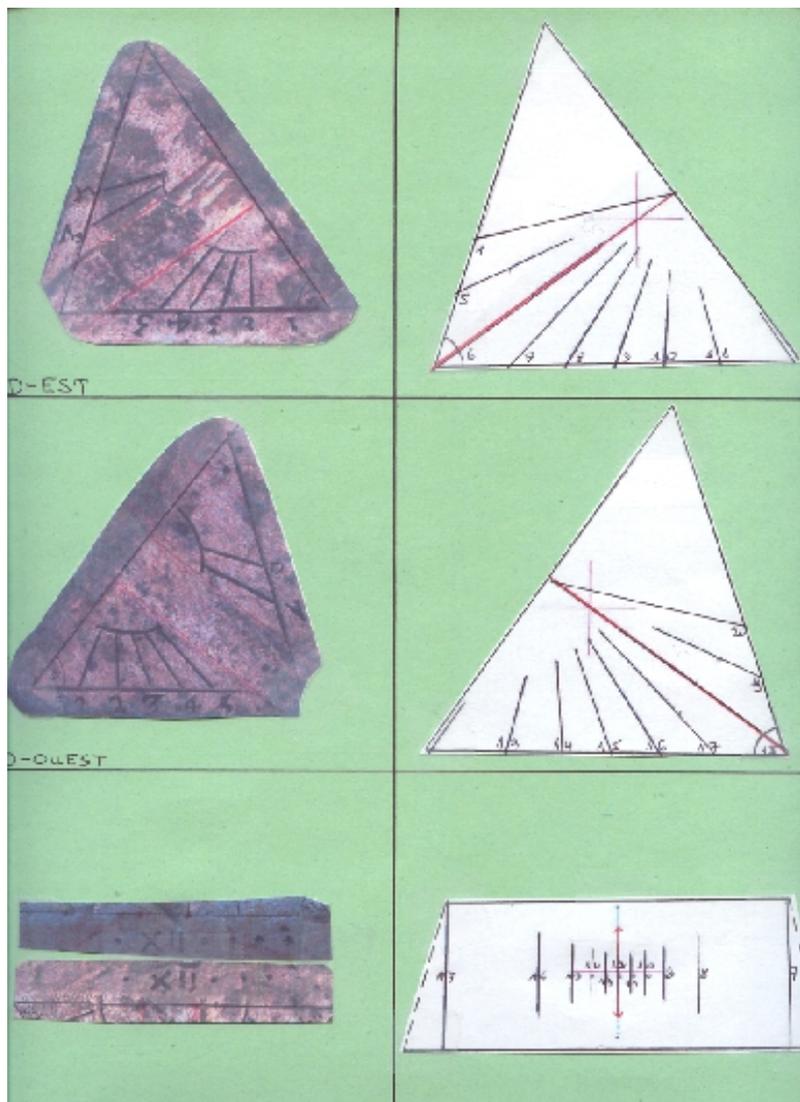
#### 43°) Face méridionale verticale (à 1 ou 2 degrés près)

Le tracé est un peu moins bon que sur la face horizontale, comme on le constate dans l'annexe c). Le cadranier ne semble pas avoir eu conscience de la symétrie des éventails horaires, pour les heures du matin et pour celles du soir, sur ces deux types de cadrans.

Numérotation correcte, en chiffres arabes, de 7 à 11, puis de 1 à 5. Le XII au pied du style concerne le cadran polaire tracé sur l'arête. Manquent 6 matin et 6 soir.

44°) Face septentrionale (à 1 ou 2 degrés près)

Tracé très lacunaire ; manque la moitié Est du cadran, cassée vers l'angle de 54°, du côté de l'Est. La numérotation des deux lignes matinales en 3 et 4 est mal placée.



45°) Face Sud-Est

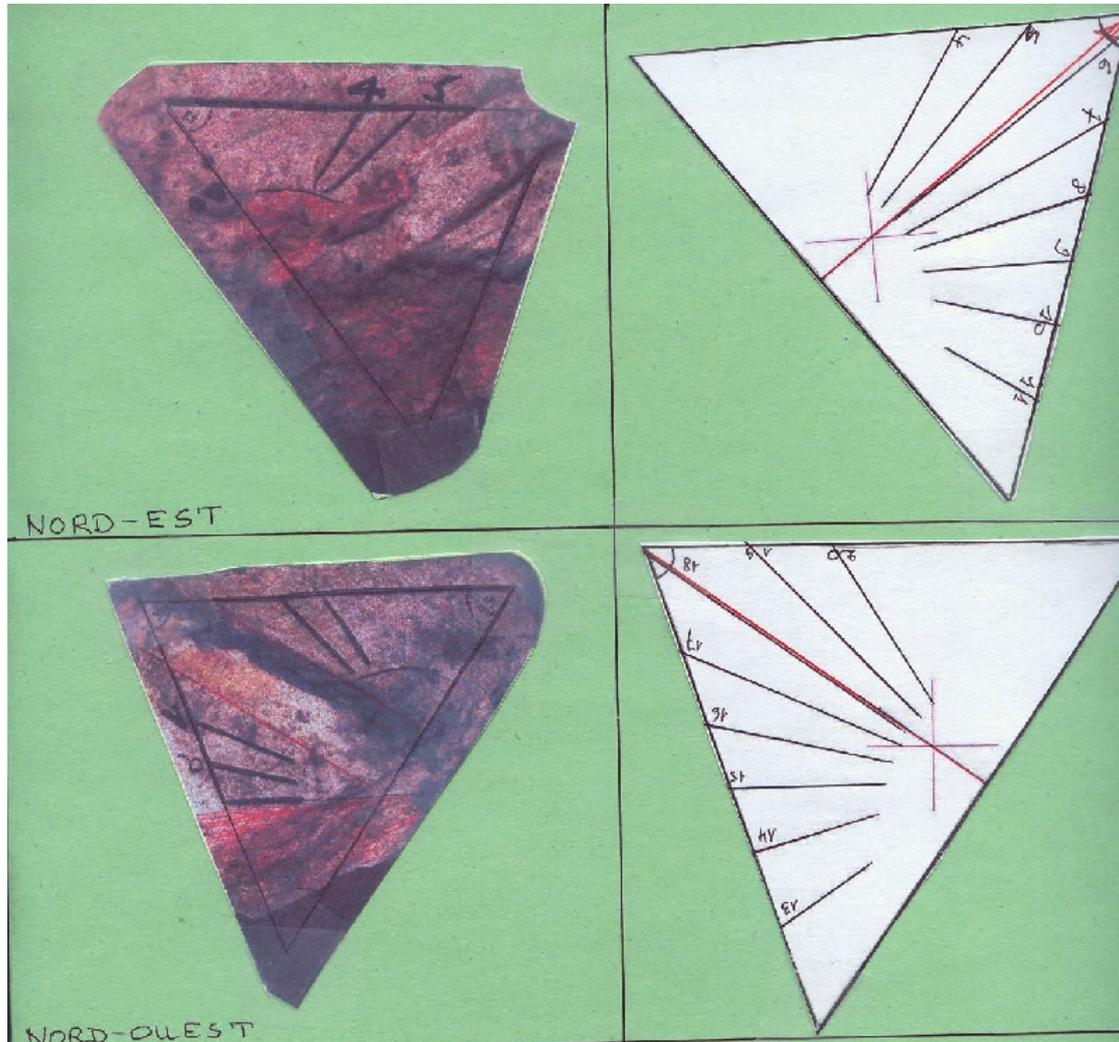
Tracé d'allure correcte ; numérotation inversée.

46°) Face Sud-Ouest

Tracé convenable et numérotation correcte en chiffres arabes, de 1 à 8 (le 6 omis, car noyé dans le style). Notre dessin est numéroté de 13 à 20, ce qui est identique.

47°) Face polaire

Seul subsiste un XII en chiffres romains, suivi de points dont on pourrait penser que ce sont des marques de quarts d'heure. Faute de connaître la hauteur du style qui régit l'espacement des marques horaires, on ne peut aller plus avant. Cependant, on notera que ce style n'existe que parce que l'arasement de l'arête commune à l'horizontal et au méridional, a respecté la surépaisseur utile pour le faire apparaître, simple portion commune aux styles de ces deux faces, taillés dans la masse et non rapporté. Beau travail de stéréotomie.



#### 48°) Face Nord-Est

Les deux lignes du haut, numérotées 4 et 5 sont correctes ; on peut présumer que la suite était correcte, mais la face est très endommagée.

#### 49°) Face Nord-Ouest

Les quatre lignes qui subsistent sur cette face endommagée, semblent bien tracées, mais la numérotation ne paraît pas tourner dans le bon sens : à la place des deux marques lisibles on devrait lire 16 et 17 ou, plus probablement, 4 et 5. Or nous croyons lire 7 et 8 (19 et 20).

## Conclusion

On l'a vu, face par face, les cadrans sont loin d'être rigoureusement tracés ; les valeurs angulaires sont imprécises ; certaines rondes des heures sont numérotées à contre-sens ; la symétrie entre les moitiés matinales et vespérales des cadrans horizontal et méridional est comme ignorée du cadranier. A défaut d'autres arguments, ces faiblesses nous renverraient plusieurs siècles en arrière.

En revanche, nous saluons la recherche de l'excellent géomètre qui a su rattacher son bloc au nombre d'or de façon à obtenir deux faces quasiment verticales, outre les autres faces dont les inclinaisons vers le sol ou vers le ciel, ou bien l'horizontalité sont imposées, par construction.

Il a su combiner les angles de  $72^\circ$ ,  $54^\circ$ , (et  $36^\circ = 72/2$ ) de façon à réunir par l'axe du monde, incliné presque parfaitement sur l'horizon de la valeur de la latitude choisie, les deux sommets où s'inscrira le nombre XII.

Cet octaèdre est le premier à faire son apparition dans le prestigieux catalogue de la CCS de la SAF qui passe les 30.000 pièces. Puisse-t-il donner à d'autres gnomonistes l'idée de le reproduire, sans ses défauts, mais avec ses singularités choisies et ses conditions de possibilité imposées :

- \* arêtes longues et arêtes courtes dans le rapport  $1/1,173985$  ( $230/196$ ) environ.
- \* angles des faces :  $54^\circ$  et  $72^\circ$  environ
- \* axe du monde confondu avec la droite qui joint les deux sommets les plus aplatis, donc latitude choisie :  $46,5^\circ$ .
- \* deux faces horizontales (inévitables) et deux faces presque verticales.
- \* toutes les sous-stylaires sur 6, 12, 18 (imposées à  $45^\circ$  de latitude).

Et, si l'on est séduit par cette géométrie, rien n'empêche de faire voyager cet octaèdre en latitude, par de judicieux calages sous sa base, pourvu qu'on s'abstienne de compléter son tracé par des lignes de coordonnées horizontales.

Qui sait si, à Chaponost, on n'en avait pas ainsi disposé ?

## ANNEXES

**Annexe a)** Calculs géométriques développés, selon tableau EXCEL ci-après

Hauteur issue du sommet de  $72^\circ$

$$195,65^2 - 115^2 = 25054 \text{ dont la racine carrée} = 158,28 \text{ mm}$$

Angle dièdre mesuré entre les faces jointives sur l'arête de 196 mm

$$117^\circ \text{ environ (exact : } 121^\circ 86)$$

Angle dièdre mesuré entre les faces jointives sur l'arête de 230 mm

$$90^\circ \text{ environ (exact : } 86^\circ 8)$$

Angles tétraédriques aux sommets de  $72^\circ = 288^\circ$

Angles tétraédriques aux sommets de  $54^\circ = 216^\circ$

Angles de pente des faces et inclinaisons gnomoniques (choix probables du cadranier)

Face septentrionale : angle  $90^\circ$ , inclinaison  $90^\circ$

Face méridionale : angle  $90^\circ$ , inclinaison  $90^\circ$

Face Nord-Est : angle  $58^\circ 28'$ , inclinaison retenue :  $60^\circ$

Face Nord-Ouest : angle  $58^\circ 28'$ , inclinaison retenue :  $60^\circ$

Face Sud-Est : angle  $121^\circ 72'$ , inclinaison retenue :  $120^\circ$

Face Sud-Ouest : angle  $121^\circ 72'$ , inclinaison retenue :  $120^\circ$

Face polaire : angle : environ  $47^\circ 5'$ , inclinaison retenue :  $45^\circ$

Faces horizontales : angle  $0^\circ$ , inclinaison retenue :  $0^\circ$

(\*) L'angle de  $58^\circ 28'$  est l'ACOS de  $((195.65/2) / 186,07)$

Diagonale du carré dont le côté mesure 230 mm :

$(230^2) * 2 = 105.800$  dont la racine carrée = 325,27 mm

Demi-diagonale : 162,64 mm

Longueur de la moitié de la droite qui joint 2 sommets de  $72^\circ$  et qui est aussi l'apothème de la pyramide (la « traversante »)

$195.65^2 - \frac{1}{2} \text{ diagonale}^2 = 11.829$  dont racine carrée = 108,76 mm

Orientation et angle de pente de cette droite : par construction, elle est Sud-Nord et sa pente vaut :  $\text{ATN}(115/108.7604) = 46^\circ 5'$

Longueur de la moitié de la droite qui joint les sommets de  $54^\circ$

$230^2 - \frac{1}{2} \text{ diagonale}^2 = 26.451$  dont racine carrée = 162,64 mm

Perpendicularité des faces horizontales et verticales :

soient les faces horizontale supérieure et Sud qui ont un côté commun, celui qui mesure 230 mm :

a) on établit que le triangle 108.76 // 158,28 // 115 est bien rectangle :

$108,76^2 + 115^2 = 25054$  et  $158,28^2 = 25053$

b) alors  $115/108.76 = 1,0574$  dont l'ATN =  $46^\circ 6'$ . La perpendicularité est donc relative ; il eût fallu  $45^\circ * 2$ , mais, là encore, l'erreur reste dans les tolérances du tailleur de pierre.

**Annexe b) Mesures sur le cadran horizontal**

Angles tabulaires	Mesurés	Lat. 45°	Lat. 46°	Lat. 47°
XII - I	10°	10,73°	10,91°	11,09°
XII - II	22,5°	22,21°	22,55°	22,89°
XII - III	36°	35,26°	35,73°	36,18°
XII - IV	51°	50,77°	51,25°	51,71°
XII - V	68,5°	69,25°	69,57°	69,88°
XII - VI	90°	90°	90°	90°
XII - XI	-10,5°	-10,73°	-10,91°	-11,09°
XII - X	-22,5°	-22,21°	-22,55°	-22,89°
XII - IX	-36,5°	-35,26°	-35,73°	-36,18°
XII - VIII	-53,5°	-50,77°	-51,25°	-51,71°
XII - VII	-71°	-69,25°	-69,57°	-69,88°
XII - VI	-90°	-90°	-90°	-90°

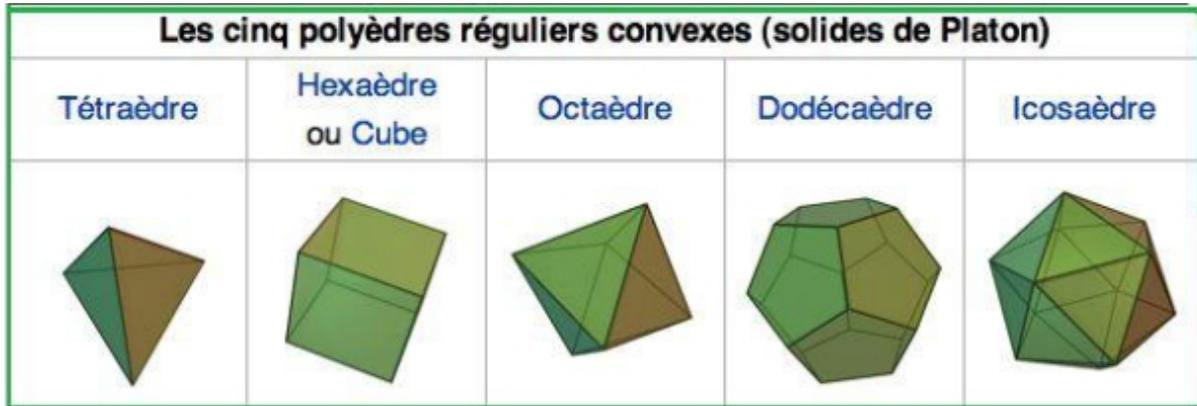
On sait que les deux moitiés d'un cadran horizontal (matin et soir) sont toujours symétriques, ce qui n'est pas le cas ici. Il est probable que cela ne dénote pas une ignorance du graveur, mais une maladresse acceptée. La dispersion des écarts entre les trois latitudes envisagées ne permet pas d'en privilégier une donc d'affirmer que le cadran ait bien été destiné à la zone où il a été mis au jour. Nous inclinierions à adopter 45°, à la fois parce que cette valeur est très proche de la latitude de Chaponost (45°7) et aussi parce que le cadranier a bien dû remarquer que l'axe du monde traversait alors, à très peu près, les deux pyramidions du bloc devenus ainsi ses pôles Nord et Sud.

**Annexe c) Mesures sur le cadran méridional**

Angles tabulaires	Mesures	Lat.45°	Lat.46°	Lat.47°
XII - I soir	13°	10,44°		
XII - II	22,5°	22,12°		
XII - III	38,5°	35,16°		
XII - IV	54,5°	50,46°		
XII - V	72°	69,15°		
XII - VI	90°	90°		
XII - XI matin	-10°	-10,44°		
XII - X	-24,5°	-22,15°		
XII - IX	-39,5°	-35,16°		
XII - VIII	-54°	-50,45°		
XII - VII	-74,5°	-69,15°		
XII - VI	-90°	-90°		

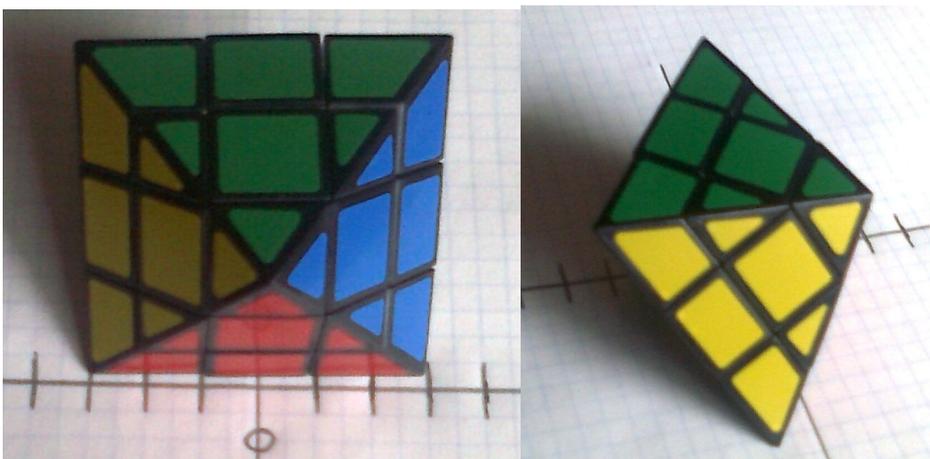
Ces résultats ne sont pas meilleurs que ceux du cadran horizontal. Certains écarts sont même plus importants. Comme sur l'horizontal, les deux moitiés du cadran méridional devraient être symétriques et les écarts constatés, ici aussi, font douter de la pertinence de comparaisons plus poussées, sur d'autres latitudes ou sur les autres cadrans.

Annexe d) Les polyèdres platoniciens



Volume	Composition	Angle Polyéd.	Angle dièdre	Aire	Volume
Tétrahédre	4 triangles 3 à 3	180°	ACOS(1/3)	$SQR(3a^2)$	$SQR(2)/12*a^3$
Hexaédre	6 carrés 3 à 3	270°	90°	$6a^2$	$A 3$
Octaédre	8 triangles 4 à 4	240°	ACOS(-1/3)	$2SQR(3a^2)$	$1/3SQR(2*a^3)$
Dodécaédre	12 pentagones 3 à 3	324°	ACOS(-1/SQR(5))	$3SQR(5*(3+4\Phi)*a^2)$	$(2+(7/2\Phi)a^3)$
Icosaédre	20 triangles 5 à 5	300°	ACOS(-SQR(5)/3)	$5SQR(3a^2)$	$5/6\Phi^2*a^3$

Ce rappel des données élémentaires relatives aux solides platoniciens n'a pour but que de faire remarquer la présence du nombre d'or dans l'aire et le volume du dodécaédre et dans le volume de l'icosaédre. Le choix des angles des faces de l'octaédre du Ferraud peut éventuellement en découler si le cadranier a été sensible à cette notion.



Octaédre Rubik : variante avec les angles 72°, 54°, 54°.

**EXCURSUS**

**Nombre d'or et trigonométrie**

Tableaux extraits de « Géométrie du Nombre d'or », par Robert VINCENT, Editions Chalagam ; 2ème édition ; octobre 1999 ; page 54.

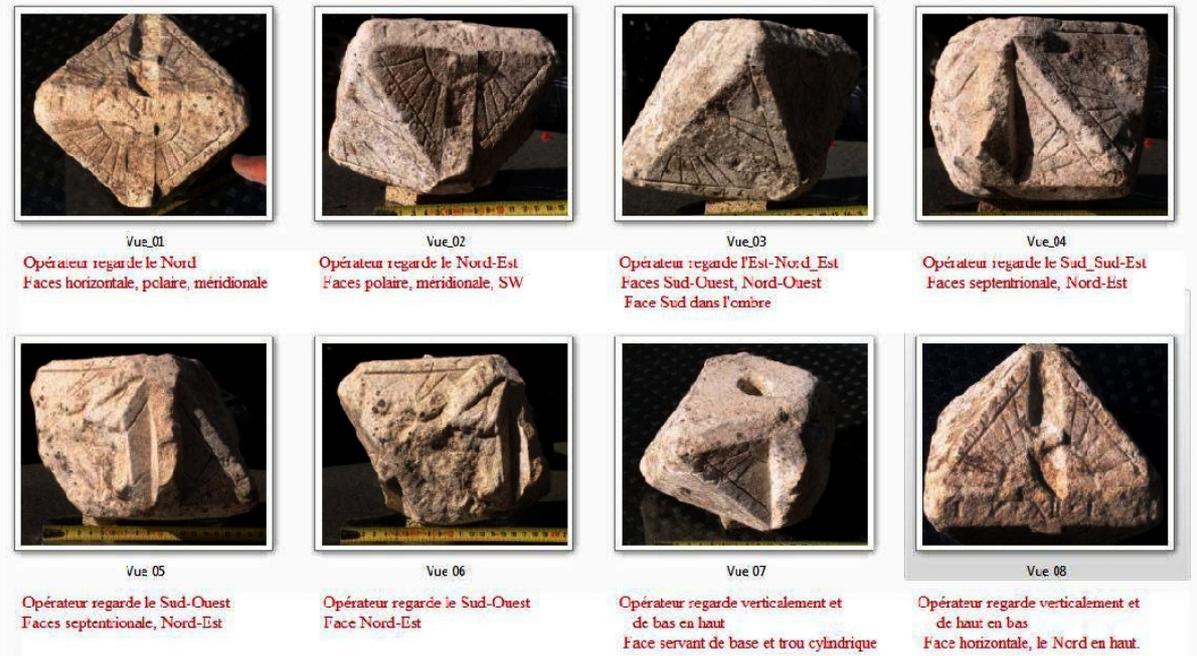
Valeurs trigonométriques, en fonction de  $\Phi$ , des principaux angles rencontrés.

Angles	Sinus	cosinus	tangente
18°	$1/2 \Phi = 0,309$	$\sqrt{2+\Phi} / 2 = 0,951$	$1 / (1+\Phi) \sqrt{3-\Phi} = 0,325$
26,56° (équerre 1/2)	$\Phi / (\Phi+2) = 0,447$	$2 \Phi / (\Phi+2) = 0,894$ (2 fois le sinus)	$1 / 2 = 0,500$
36°	$(1/2) \cdot \sqrt{3-\Phi} = 0,587$	$\Phi / 2 = 0,809$	$\sqrt{3-\Phi} / \Phi = 0,726$
51,83° (chéops)	$\sqrt{\Phi} / \Phi = 0,786$	$1/\Phi = 0,618$	$\sqrt{\Phi} = 1,272$
53,13° (3-4-5)	$4 / 5 = 0,800$	$3 / 5 = 0,600$	$4 / 3 = 1,333$
54°	$\Phi / 2 = 0,809$ (cosinus 36°)	$(1/2) \cdot \sqrt{3-\Phi} = 0,587$ (sinus 36°)	$\Phi / \sqrt{3-\Phi} = 1,377$
72°	$\sqrt{2+\Phi} / 2 = 0,951$ (cosinus 18°)	$1/2 \Phi = 0,309$ (sinus 18°)	$(1+\Phi) \cdot \sqrt{3-\Phi} = 3,077$

**Quelques valeurs utiles**

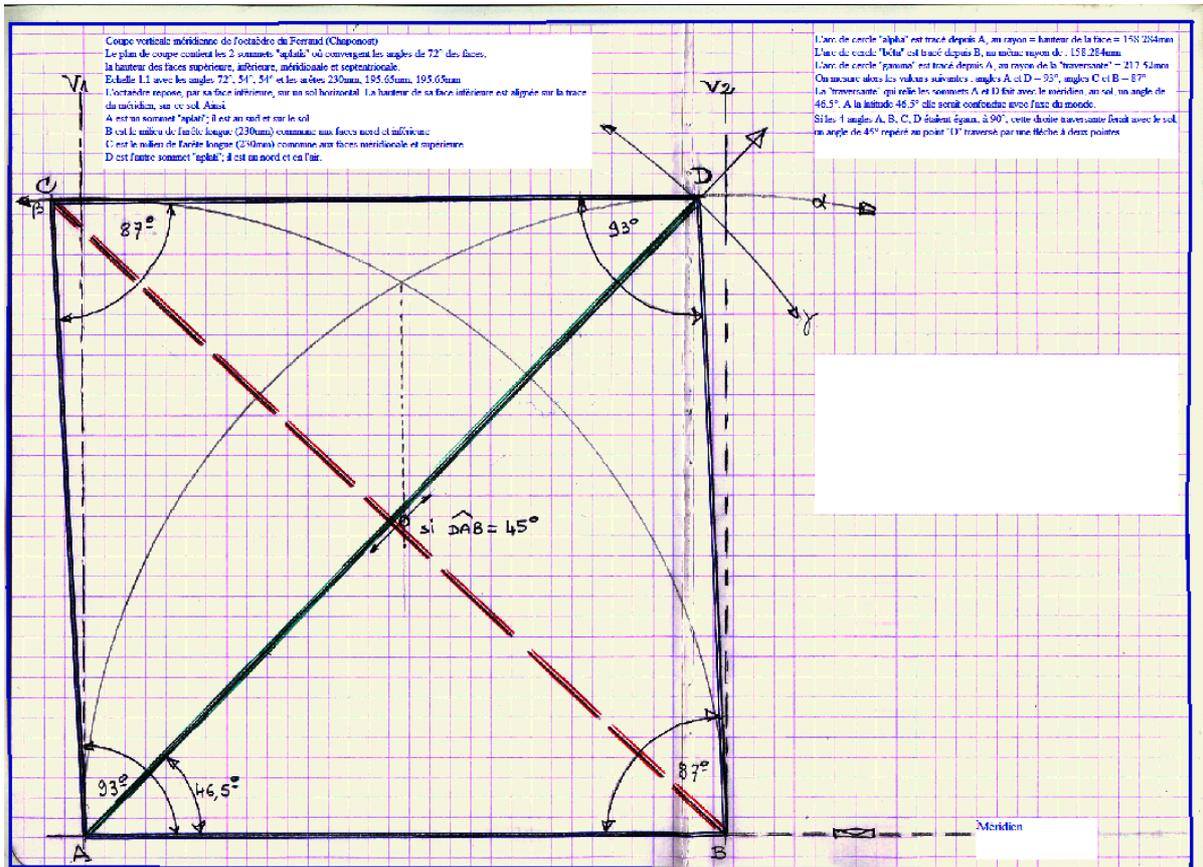
$\Phi^5 = 8,4715$
$\Phi^4 = 6,8535$
$\Phi^3 = 4,2358$
$\Phi^2 = 2,6180$
$\Phi = 1,618034$
$1 = 1$
$1 / \Phi = 0,6180$
$1 : \Phi^2 = 0,3820$
$1 / \Phi^3 = 0,2361$
$1 / \Phi^4 = 0,1459$
$1 / \Phi^5 = 0,0902$
$\sqrt{\Phi} = 1,2720$
$\sqrt{5} = 2,236068$
$\Pi = 22 / 7$
$\Pi = 1,2 \Phi^2$
$\Pi = 4 / \sqrt{\Phi}$
$\Pi = 6 \text{ coudées}$
$\Pi = 3,141593$

L'octaèdre du Ferraud présente des angles de 72° et 54°. En outre, on voit que :  $230/196 = 1,17347$ , très proche de la racine cubique de 5  $\sqrt[3]{5}$  et même :



L'octaèdre Gnomonique [Mode de compatibilité]														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	0,01745329													
2							Jaune = données	Vert = résultats					Rose = octaèdre de Chaponost	
3	L'octaèdre en Gnomonique													
4	*****													
5														
6					Hauteur des faces		Longueur côtés		Angle tétraéd.		Diagonale base		Angle pente	
7	Angle A	Angle B	Angle C	Base BC	AH, depuis A	AB et AC	aplatis	pointu	Côté D9, etc.	Demi-Diagonale	Demi-Traversante	Traversante	Traversante	
9	72	54	54	230	158,2839209	195,549686	288	216	325,2691193	162,63456	108,760285	217,52057	46,59731966	
10	70	55	55	230	164,2370206	200,4963815	230	220	325,2691193	162,63456	117,255273	234,510546	44,440365717	
11	68	56	56	230	170,4945114	205,6383398	272	224	325,2691193	162,63456	125,870483	251,740955	42,41599332	
12	66	57	57	230	177,0844709	211,1490228	264	228	325,2691193	162,63456	134,652706	269,374413	40,8969318	
13	64	58	58	230	184,0384709	217,0141502	256	232	325,2691193	162,63456	143,684233	287,368456	38,67259886	
14	62	59	59	230	191,3921405	223,2814631	248	236	325,2691193	162,63456	152,990037	305,980071	36,93155982	
15	60	60	60	230	199,1858429	230,0000001	240	240	325,2691193	162,63456	162,63456	325,269119	35,26438967	
18	74	53	53	230	157,6101545	191,0886163	296	212	325,2691193	162,63456	100,373772	200,647344	48,89918573	
19	76	52	52	230	147,1932877	186,7909633	304	208	325,2691193	162,63456	91,8741746	183,748349	51,37833731	
20	78	51	51	230	142,013173	182,7368089	312	204	325,2691193	162,63456	83,3231139	166,646228	54,07483522	
21	80	50	50	230	137,0516532	178,9082401	320	200	325,2691193	162,63456	74,5530575	149,106115	57,04516465	
23	Légende													
24	A,B,C Dans le triangle ABC qui forme chacune des huit faces, l'angle A est opposé à la base de 230 millimètres. Il est borné par les deux côtés courts et égaux.													
25	D,C,D Les angles D et C sont égaux et adjacents à la base de 230 millimètres qui est aussi le côté du carré de base de la pyramide quadrangulaire. La valeur 230 mm est conservée pour toutes les simulations des lignes 10, 11, 12, 13, 14, 15 et 18, 19, 20 et 21.													
26	E On ne considère que la seule hauteur AH, issue des angles A (au sommet "aplatis" de la pyramide). C'est aussi la ligne de plus grande pente de la pyramide.													
27	F La longueur des côtés AB et AC est la SQR de la demi-base plus la hauteur de la face <sup>2</sup> , soit: AB = AC = SQR((BC/2) <sup>2</sup> + (AH) <sup>2</sup> ).													
28	G Angle tétraédrique "aplatis": 4*72° = 288°													
29	H Angle tétraédrique "pointu": 4*54° = 216°													
30	I Diagonale du carré formant la base de la pyramide quadrangulaire ( périmètre 4*230 = 920 millimètres) soit: SQR(2*BC <sup>2</sup> ).													
31	J Demi diagonale = I/2													
32	K, L Nous appelons "traversante", faute d'un nom meilleur, la droite qui joint les deux sommets "aplatis" de l'octaèdre, formés par la réunion des angles A. Sur l'octaèdre de Chaponost, elle paraît très proche de l'axe du monde. La demi-traversante est aussi l'apothème de la pyramide. Sa longueur s'obtient par: CSR(AH <sup>2</sup> - K <sup>2</sup> ) ou bien par: SQR(AB <sup>2</sup> - KC <sup>2</sup> ), avec:													
33	AH = hauteur de la face ..... KH = demi-base = 115 mm ..... AB = AC = un des côtés courts de 193,63 mm ..... KC = demi-diagonale du carré de base.													
34	Vérification: sqrt(158,2839 <sup>2</sup> - 115 <sup>2</sup> ) = 108,76 et SQR(195,63 <sup>2</sup> - 162,635 <sup>2</sup> ) = 108,76 mm													
35	M L'octaèdre, en station correcte, est posé sur une de ses faces; la "traversante" s'élève alors d'un angle avec le sol dont la tangente vaut la demi-longueur de l'arête longue de 230 millimètres, divisée par la demi-longueur de la traversante. C'est une valeur-limite qui implique que les faces Nord et Sud soient bien perpendiculaires aux faces horizontales, or il s'en faut de 2 ou 3 degrés.													
37	Posons donc, avec un peu de relativisme: 115/108,76 = 1,057374 dont l'ATAN = 46,59° ....													
38	Cet angle de la "traversante" avec l'horizontale est un peu supérieur à la latitude de Chaponost (45°7'). Si le cadranier s'en est aperçu, il n'en a pas tenu compte, puisqu'il a tracé ses cadrans pour la latitude 45°. Rien, en effet, ne l'obligeait à matérialiser l'axe du monde autrement que par les angles des styles polaires. Si l'axe du monde n'était passé, de surcroît, par les deux sommets Nord et Sud de l'octaèdre, c'eût été une gourmandise d'initié, rien de plus.													

Se reporter à la feuille EXCEL active, dans l'annexe de la version *Cadran Info* numérique.



**Remerciements**

Cette modeste description a bénéficié, en cours de chantier, de l'érudition de lecteurs bienveillants :

- Serge Grégori
- Yves Opizzo
- Michel Ugon
- Philippe Sauvageot
- Denis Savoie

A eux tous, merci de leur aide ou de leurs encouragements.

14 juin 2013

⇒ Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

Le dossier Octaèdre P. Gagnaire contenant : le fichier "Octaèdre-Gnomonique.xls" donnant le programme de calcul et le fichier "une Séquence géométrique avec l'octaèdre du Ferraud".





## Tableurs pour formules gnomoniques

Marc Limousin

*Monsieur Limousin a entré sous tableur Excel, les différentes formules données dans les livres de Denis Savoie ou relevées dans différents articles.*

Ci-après vous trouverez la liste des types de cadrans dont j'ai mis sur tableur Excel, les équations de leurs courbes, de manière à en obtenir les coordonnées par des points d'ombre de 15 minutes en 15 minutes et de 21 du mois en 21 du mois ou pour telle heure solaire précise ou telle date précise.

Des graphiques permettent de donner une vue exacte des tracés.

Pour ce qui est des surfaces non planes (cylindre, cône, sphère, hyperboloïde), sont présentées les coordonnées pour les surfaces développées (cylindre, cône) et les coordonnées dites d'arpentage (mesure sur un cercle directeur, puis sur une génératrice) de manière à dessiner les courbes sur la surface réelle du cadran.

Les types de cadran étudiés, l'ont été au fur et à mesure de la publication de leur description dans les revues de la SAF ou dans des ouvrages. les références à ces sources sont mentionnées.

Pour chaque type, le fichier comporte le tableur et le graphique. On peut y modifier les caractéristiques spécifiques du cadran, la latitude du lieu, l'heure solaire et la déclinaison du soleil.

Une notice expose la constitution du tableur à partir des équations, avec éventuellement les conditions limites des tracés.

### Types de cadrans mis sur tableur

	Types	Sources
1	C.S. PLAN incliné déclinant à style droit fixe avec limites de fonctionnement, heures légales, durées jours/nuits.	D.SAVOIE - Gnomonique p 77
2	DIAGRAMME STEREOGRAPHIQUE de C.S. Plan Incliné déclinant à style droit fixe.	D.SAVOIE - Gnomonique p 57
3	C.S. STEREOGRAPHIQUE. Plan Horizontal à style droit fixe.	D.SAVOIE - Gnomonique p 101
4	C.S. STEREOGRAPHIQUE. Plan vertical déclinant à style droit fixe.	D.SAVOIE - Gnomonique p 107 et 49
5	C.S. d'AZIMUT et de HAUTEUR. Plan vertical déclinant à style droit fixe et TABLEAUX :	D.SAVOIE - Gnomonique p 161

	<ul style="list-style-type: none"> <li>* azimut selon date et heure</li> <li>* date et heure selon Azimut</li> <li>* date et heure selon Hauteur</li> </ul>	
6	C.S. ANALEMATIQUE. Vertical déclinant à style droit mobile.	D.SAVOIE - Gnomonique p 124
7	C.S. d'heures SIDERALES. Plan incliné déclinant à style droit fixe	D.SAVOIE - Gnomonique p 156 Observ et Travaux n° 24 p 3 et n° 25 p 33
8	C.S. d'heures TEMPORAIRES. Plan incliné déclinant à style droit fixe.	D.SAVOIE - Belles lettres p 299
9	C.S. d'heures BABYLONIQUES et d'heures ITALIQUES. Plan incliné déclinant à style droit fixe.	D.SAVOIE - Gnomonique p 143
10	C.S. BIFILAIRE. Plan vertical déclinant à fils d'orientation QUELCONQUE parallèles à la table.	D.COLLIN - Observ et Travaux n° 55 p 12
11	C.S. BIFILAIRE. Plan polaire à lignes DIURNES. Parallèles Fil 1 rectiligne orienté sud / nord Fil 2 profilé orienté ouest / est.	D.COLLIN - Cadran info n° 6 p 22
12	C.S. BIFILAIRE. Plan Horizontal avec Fil 1 demi-CIRCULAIRE nord horizontal à 1 rayon du plan et centré sur Fil 2 vertical.	D.COLLIN - Cadran info n° 11
13	C.S. BIFILAIRE. Plan Horizontal avec Fil 1 demi-CIRCULAIRE supérieur vertical nord-sud centré sur Fil 2 horizontal est-ouest à hauteur du plan d' 1 rayon.	D.COLLIN - Cadran info n° 11
14	C.S. de PINGRE - multi styles droits sur cylindre vertical.	D.SAVOIE - Belles lettres p 223 et L'Astronomie fév 98
15	C.S. sur extérieur de CONE de révolution posé sur sa base - le style étant l'axe du cône.	D.COLLIN - Cadran info n° 18
16	C.S. sur intérieur de CÔNE de révolution posé sur son sommet - le style étant l'axe du cône.	D.COLLIN - Cadran info n° 18
17	C.S. CHAPEAU. Horizontal sur CYLINDRE de révolution vertical.	D.SAVOIE - Cadran info n° 22
18	C.S. à CHAPEAU. Horizontal sur sommet de CONE de révolution vertical.	D.SAVOIE - Cadran info n° 22
19	C.S. à CORNICHE demi-circulaire horizontale incurvée plein nord sur intérieur de demi-CYLINDRE de révolution incurvé plein nord.	D.SAVOIE - Cadran info n° p 19
20	C.S. à CORNICHE demi-circulaire horizontale incurvée plein nord sur intérieur de demi-CÔNE de révolution incurvé plein nord et posé sur son sommet.	D.SAVOIE - Cadran info n° p 19
21	C.S. à CORNICHE demi-circulaire horizontale incurvée plein nord sur intérieur de demi-SPHERE à axe Vertical.	D.SAVOIE - Cadran info n° 19

22	C.S. à CORNICHE demi-circulaire horizontale incurvée plein nord sur intérieur de demi-HYPERBOLOÏDE de révolution vertical incurvé plein nord.	D.SAVOIE - Cadran info n° 19
23	C.S. à MIROIR DELTOÏDAL Quasi équatorial avec heures solaires sur EPICYCLE.	J.F.ECHARD - Cadran info n° 14 p 28
24	C.S. à CORNICHE sur VOUTE du barrage de CASTILLON.	D.SAVOIE - Cadran info n° 20
25	C.S. à REFLEXION sur plan incliné déclinant avec miroir plan incliné déclinant	D.SAVOIE - Cadran info n° 25

Marc Limousin Avril 2013

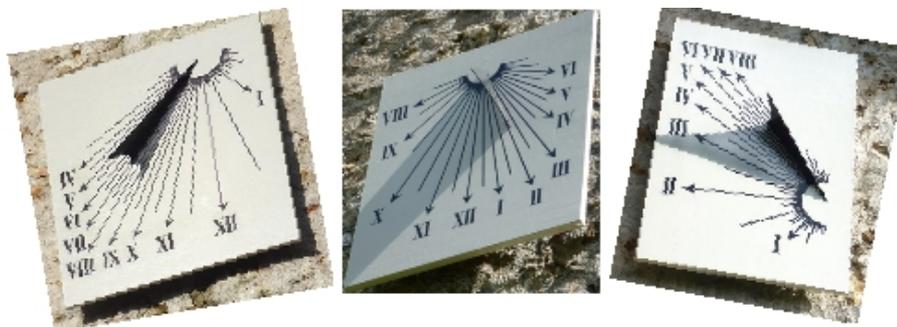
⇒  Dans la version numérique, vous trouverez en annexe (dossier log\_Tab\_formules Limousin)

° L'ensemble de ces tableurs.



### *Trois cadrans à Vaugrigneuse (Essonne)*

Michel Murty,  
peintre et  
chanteur /  
compositeur  
valgrignien\*, vient  
de réaliser trois  
cadrans solaires  
sur panneaux,  
venant orner



les façades de sa maison située au carrefour du village. Latitude 48°36'. Cadran du matin : déclinaison -65° ; cadran du midi : déclinaison 25°; cadran de l'après-midi : déclinaison 115°.

\*<http://gkprim.free.fr/>



## HUGO logiciel pour cadrans bifilaires

Eric Mercier & Dominique Collin

*En prolongement direct de notre étude sur les cadrans bifilaires horizontaux à fils quelconques (in Cadran-Info n°27), nous proposons ici une version plus élaborée du logiciel (HUGO, fonctionnant sur ordinateurs Macintosh avec système OSX) permettant de fournir des images de la table pour des cadrans déclinants inclinés bifilaires à fils quelconques. En dehors des paramètres de localisation, nous montrons que huit à dix paramètres géométriques sont nécessaires et suffisants pour définir ce type de cadran. Les images obtenues, d'un nombre quasi-infini, sont très variées et très originales.*

### **HUGO : un logiciel universel de dessin des cadrans bifilaires à fils rectilignes (orientation quelconque de la table et des fils).**

#### **1) INTRODUCTION**

Sur les cadrans bifilaires, l'heure est indiquée sur la table par le croisement des ombres de deux fils. Le premier cadran bifilaire, réalisé par Hugo Michnik, (1923) était horizontal et ses 2 fils répondaient à 3 critères : (1) parallèles au plan du cadran, (2) rectilignes, (3) orientés pour l'un dans la direction est-ouest et pour l'autre dans la direction nord-sud. A partir de cette configuration de base, des auteurs ont proposés de nombreux développements qui ont été synthétisés par D. Collin (2007). En nous limitant aux cas où les fils restent rectilignes, on peut citer comme exemple, Sawyer (1978) qui a étudié le tracé du cadran quand la table perdait son horizontalité, les fils gardant les mêmes caractéristiques ; ou encore Collin (2005) qui a envisagé le cas où la table reste horizontale mais les fils deviennent quelconques (non-orthogonaux et non-parallèles au cadran). D'autres études ont exploré des configurations spécifiques affectant à la fois la table et les fils mais toujours dans des cas particuliers ; par exemple Collin (2003) s'est intéressé au cadran bifilaire vertical déclinant à fils d'orientation quelconques mais parallèles à la table ; ou encore Rouxel (2004, 2007) qui a envisagé un cas particulier de cadran incliné méridional (voir *infra*).

Il semble que le cas général, avec une table d'orientation quelconque (en inclinaison et en déclinaison) et des fils non systématiquement parallèles à la table et d'orientation quelconque, n'ait jamais fait l'objet d'une étude systématique. C'est ce que nous proposons de faire dans cet article. A cette occasion, un logiciel de dessin<sup>1</sup>, a été développé pour les ordinateurs « Macintosh » sous FUTUREBASIC<sup>2</sup>. Ce logiciel expérimental, baptisé HUGO en hommage au Professeur Michnik, est fourni dans la version CD-Rom de Cadran-Info.

Cette étude fait directement suite à notre article précédent publié dans Cadran-Info n°27, qui traite du cas particulier des «cadrans solaires horizontaux bifilaires à fils quelconques » et à laquelle il sera fait souvent référence dans les lignes qui suivent.

<sup>1</sup> Logiciel pour ordinateur Macintosh, Système OSX.

<sup>2</sup> Voir : Mercier & Collin (2013).

## 2) LE CADRAN DÉCLINANT INCLINÉ BIFILAIRE À FILS QUELCONQUES

### a) Cas général : les fils ne sont pas parallèles à la table

La figure 1 illustre un exemple de cadran déclinant incliné bifilaire à fils quelconques. Deux paramètres (la déclinaison et l'inclinaison<sup>3,4</sup>) permettent de caractériser la position de la table. Par analogie avec ce que nous avons montré précédemment (Collin, 2005 ; Mercier & Collin 2013) nous considérons, qu'une fois le point d'origine du cadran défini (c'est le pied du fil n°1), il suffit de six paramètres supplémentaires pour décrire totalement la géométrie de l'ensemble table + gnomons (Fig. 2 et Tableau 1).

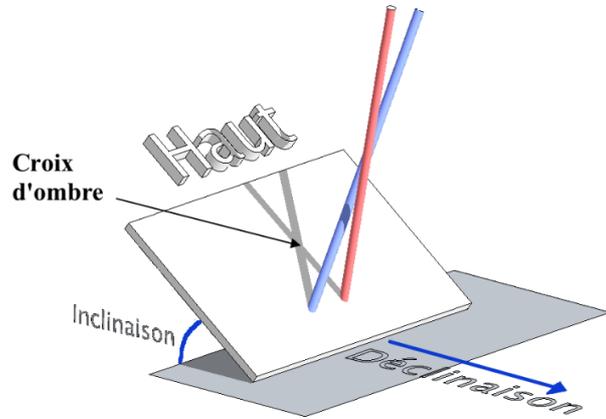


Fig : 1 Exemple de cadran déclinant incliné bifilaire à fils quelconques. L'heure est indiquée sur la table par le croisement des ombres des fils (gnomons). Le diamètre de ceux-ci a été exagéré pour faciliter la compréhension des schémas.

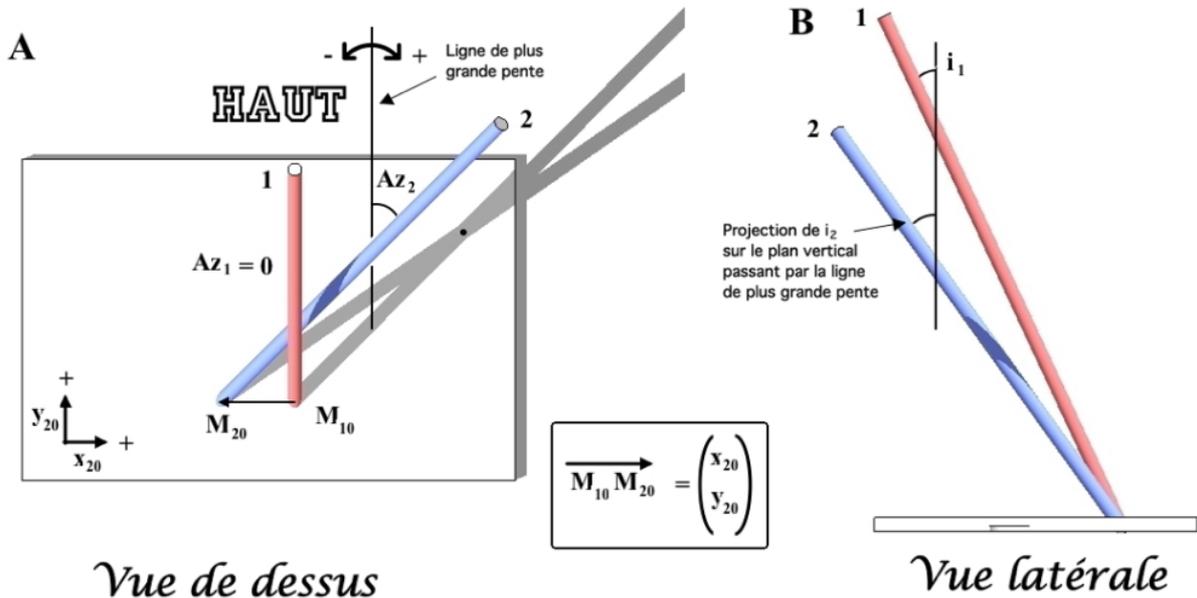


Fig : 2 Vue de dessus (A) et vue d'un des côtés (B) permettant d'illustrer les 6 paramètres supplémentaires du cadran (même cadran que la figure 1 ; voir aussi le Tableau N°1). Les conventions de signe pour Az1, Az2, x20 et y20 sont indiqués sur la figure ; i1 et i2 sont positifs. Le référentiel de ces six paramètres est tel qu'une modification de l'inclinaison ou de la déclinaison (fig.1) est sans effet sur les valeurs des autres paramètres. Dans cet exemple Az1 et y20 sont nuls.

<sup>3</sup> L'inclinaison est comprise entre 0 et 90° (voir tableau 1), les cadrans « déversants » (face orientée vers le sol) ne sont donc pas traités ici.

<sup>4</sup> Dans son domaine de définition [0° , 90°], le paramètre « inclinaison » est égal au paramètre « z », distance zénithale de la normale au plan du cadran, utilisé classiquement en gnomonique (Savoie, 1997).

Paramètres :	Description :
<input checked="" type="checkbox"/> Paramètres angulaires de la table (fig.1): <i>déclinaison</i> <i>inclinaison</i>	<i>(dans le référentiel local)</i>  De 0° à 90°.
<input checked="" type="checkbox"/> Paramètres angulaires des gnomons (fig. 2): $Az_1$ $Az_2$ $i_1$ $i_2$	<i>(dans le référentiel du cadran)</i>  Angle que forme la projection du premier gnomon sur la table, avec la ligne de plus grande pente (compté positivement depuis le haut dans le sens horaire). Idem pour le deuxième gnomon. Co-inclinaison du gnomon 1 par rapport à la table. Idem pour le gnomon 2.
<input checked="" type="checkbox"/> Paramètres métriques des gnomons (fig. 2): $x_{20}$ $y_{20}$	<i>(dans le référentiel du cadran)</i>  Abscisse de l'implantation du deuxième gnomon. Ordonnée de l'implantation du deuxième gnomon.

Tableau 1 : Les huit paramètres définissant les systèmes bifilaires étudiés dans le cas général (voir Collin 2005, et Mercier & Collin 2013).

**b) Cas particulier : un ou deux fils sont parallèles à la table**

La figure 3 illustre le cas où un des fils (par convention, il s'agit du fil n°1) est d'orientation quelconque mais parallèle à la table. Dans ce cas  $i_1=90^\circ$  ; et il faut introduire un nouveau paramètre qui est la distance entre le fil et la table, mesurée orthogonalement à cette dernière et notée  $d_1$ . Le point  $M_{10}$  devient totalement arbitraire et n'a pas de signification particulière par rapport au fil n°1.

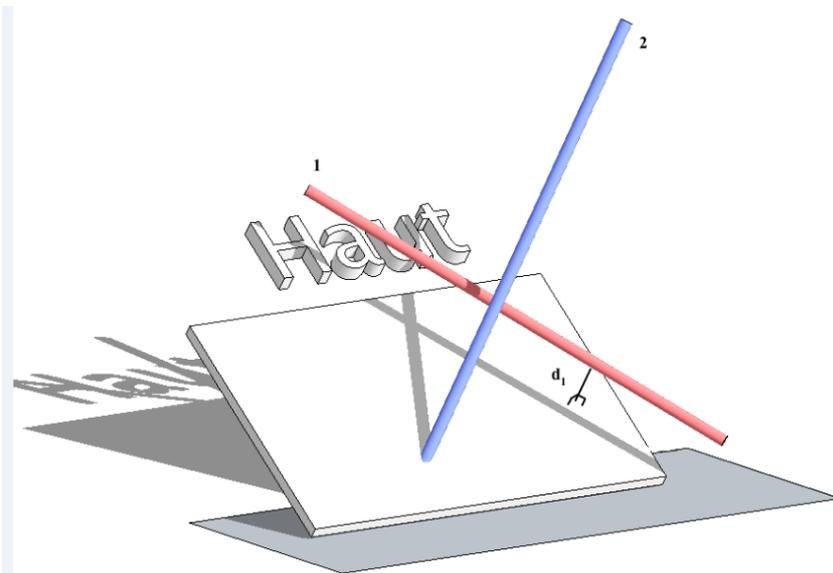


Fig : 3 Exemple de cadran déclinant incliné bifilaire avec le fil n°1 d'orientation quelconque mais parallèle à la table et situé à une distance  $d_1$  de celle-ci.

Paramètres :	Description :
<input checked="" type="checkbox"/> Paramètres du cas général (fig.2):  <i>déclinaison</i> <i>inclinaison</i> $Az_1$ $Az_2$ $i_1=90^\circ$ $i_2$ $x_{20}$ $y_{20}$	 <p style="text-align: center;"><b>Voir tableau n° 1</b></p>
<input checked="" type="checkbox"/> Nouveau paramètre (fig.3):  $d_1$	<p>Distance entre le gnomon 1 et la table, mesurée orthogonalement à cette dernière.</p>

Tableau 2 Les paramètres définissant les systèmes bifilaires étudiés quand le fil n°1 est parallèle à la table.

De la même façon, si les deux fils sont parallèles à la table, nous avons :  $i_1=90^\circ$  et  $i_2=90^\circ$ ; et les positions des fils sont définies par les deux paramètres  $d_1$  et  $d_2$ . Notons qu'alors le point  $M_{20}$ , qui n'a pas de signification particulière, peut avantageusement être confondu avec  $M_{10}$ , ce qui se traduit par  $x_{20} = 0$  et  $y_{20} = 0$ .

Paramètres :	Description :
<input checked="" type="checkbox"/> Paramètres du cas général (fig.2):  <i>déclinaison</i> <i>inclinaison</i> $Az_1$ $Az_2$ $i_1 = 90^\circ$ $i_2 = 90^\circ$ $x_{20}=0$ $y_{20}=0$	 <p style="text-align: center;"><b>Voir tableau n° 1</b></p>
<input checked="" type="checkbox"/> Nouveau paramètre :  $d_1$  $d_2$	<p>Distance entre le gnomon 1 et la table, mesurée orthogonalement à cette dernière.</p> <p>Idem pour le gnomon 2.</p>

Tableau 3 : Les paramètres définissant les systèmes bifilaires étudiés quand les deux fils sont parallèles à la table.

### 3) LE PROGRAMME DE DESSIN ET LES FILTRES

A l'occasion de notre étude précédente (Mercier & Collin, 2013) nous avons développé un premier logiciel construit autour d'une routine élaborée à partir d'un algorithme d'Yvon Massé (1997-2012). Cette routine permet de calculer la position de l'ombre de la pointe d'un style droit sur un cadran horizontal. Or, il se fait que l'algorithme en question est également opérationnel pour les cadrans déclinants inclinés. L'adaptation du « cœur » de notre ancien programme pour prendre en compte le cas des cadrans déclinants inclinés correspond donc à une évolution relativement légère. Celle-ci a pour but d'exploiter de cette fonctionnalité de l'algorithme d'Yvon Massé.

Par ailleurs, les cas particuliers des fils parallèles à la table se gèrent facilement en introduisant, non pas deux, mais 3 ou 4 « piliers » dans l'algorithme détaillé à la figure 3 de Mercier & Collin (2013).

Le principe du programme est de calculer, en boucle, la position de la croix d'ombre à chaque instant du jour à des dates choisies pour dessiner les arcs-diurnes et, chaque jour de l'année à des heures choisies pour dessiner les courbes en « 8 ». Avant chaque incrément de la routine de dessin, le calcul de la position de la croix d'ombre est confronté à deux filtres successifs. Le premier filtre vérifie que le Soleil éclaire effectivement la table du cadran. Le second vérifie que le rayon de Soleil a bien été intercepté par les deux fils *avant* de frapper la table ; ou en d'autres termes, les fils sont bien au-dessus de la table (voir Mercier & Collin 2013).

#### a) Le premier filtre

Par rapport à notre étude précédente, le premier filtre a dû être adapté pour tenir compte de l'inclinaison du cadran.

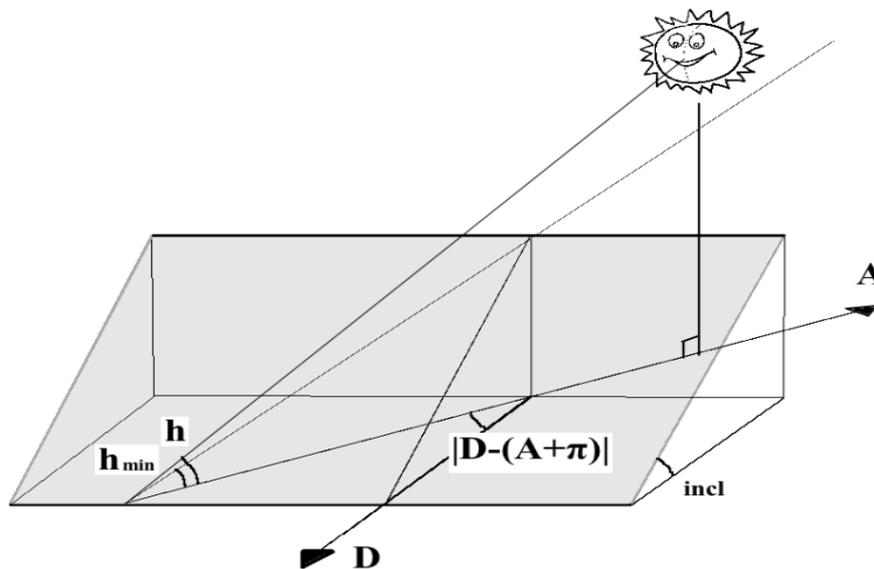


Fig : 4 Schéma illustrant les relations angulaires sur lesquelles est basé le premier filtre.

On constate, sur la figure 4, que si :

$$(1) \quad D - \pi/2 < A < D + \pi/2 ,$$

alors, il suffit de vérifier que le Soleil est levé et n'est pas encore couché, pour être assuré qu'il éclaire la table. Dans le cas où la relation (1) n'est pas vérifiée, et pour que l'éclairement du Soleil soit effectif, il faut que :

$$(2) \quad \text{tg } h > \text{tg } h_{\min} ,$$

c'est à dire :

$$(3) \quad \text{tg } h > \text{tg } \textit{incl} \cdot \cos (|D - (A + \pi)|) ,$$

avec :  $D$  = déclinaison du cadran ;  $\textit{incl}$  = inclinaison du cadran ;  $A$  = azimut du Soleil ;  $h$  = hauteur du Soleil ;  $h_{\min}$  = pente apparente de la table dans la direction de  $A$ .

### b) Le second filtre

La problématique du second filtre est complètement différente selon qu'il y a : 0, 1 ou 2 fils parallèles à la table du cadran.

- Si aucun fil n'est parallèle à la table, alors le second filtre est strictement analogue à celui que nous avons détaillé dans notre article précédent (Figure 6 et annexe *in* Mercier & Collin 2013).
- Si un des fils est parallèle à la table du cadran ; comme déjà souligné, nous considérons qu'il s'agit du fil n°1. Ce fil est assimilable à une droite et non plus à une demi-droite. Le filtre 2 devrait donc être réécrit. Mais, au niveau du code, il apparaît qu'une solution particulièrement simple et élégante est suffisante. Elle consiste à utiliser deux fois de suite le filtre 2 non modifié avec, lors du second passage, le remplacement de «  $\alpha$  » (alpha) par «  $\alpha + \pi$  » (alpha + pi) (pour la signification de cette variable : voir la figure 6, et le code du filtre 2 en annexe, *in* Mercier & Collin 2013).
- Si les deux fils sont parallèles à la table du cadran, le second filtre est inutile dans la mesure où les fils (même de longueur infinie) ne peuvent pas passer sous la table.

## 4) VALIDATION DU PROGRAMME

Le logiciel décrit ici est basé sur des calculs incrémentaux qui échappent à l'analyse géométrique formelle utilisée habituellement par les gnomonistes théoriciens. Il est donc nécessaire de valider la méthode. Dans notre étude précédente sur les cadrans bifilaires horizontaux, nous avons pu comparer nos résultats avec le travail théorique de Collin (2005) qui avait le même contour. Vu le caractère novateur de la présente étude, une telle démarche globale est impossible. Nous nous sommes donc attaché à reproduire les cas particuliers déjà publiés qui rentrent dans le vaste périmètre de notre étude. Ainsi, et sans rentrer dans le détail, nous avons pu :

- reproduire le tracé des cadrans bifilaires verticaux déclinants à fils orthogonaux (Collin 2000) (voir Mercier 2012-2013 et voir Fig. 7A\*) ;

- reproduire le tracé des cadrans bifilaires verticaux déclinants à fils d'orientation quelconques mais parallèles au cadran (Collin 2003) (voir Fig. 7B\*) ;
- ou, comme chacun pourra le vérifier : reproduire le tracé des cadrans bifilaires horizontaux à fils quelconques<sup>5</sup> (Collin 2005, Mercier & Collin 2013) ;
- enfin, et c'est sans doute le plus significatif : reproduire le tracé du cadran de Rouxel (2004, 2007) qui est l'association de deux cadrans bifilaires polaires<sup>6</sup> (un pour le matin, un pour l'après-midi ; Fig. 5).

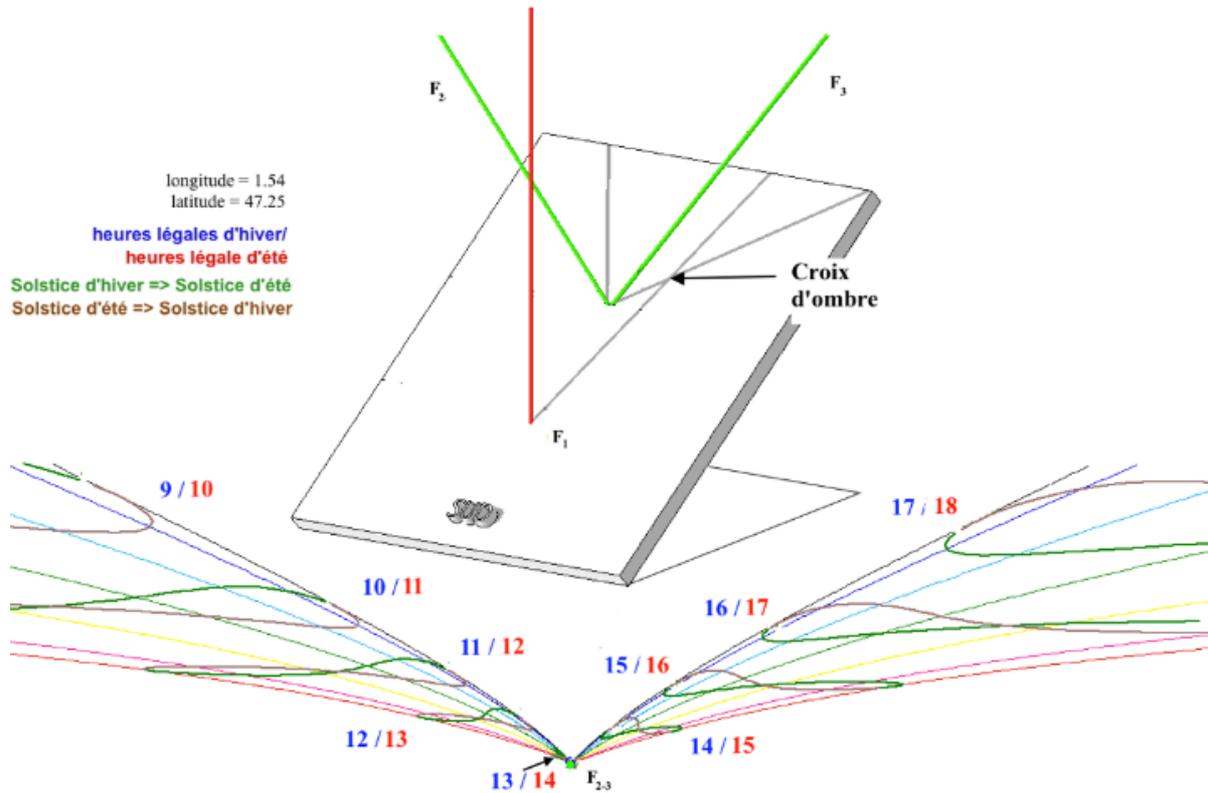


Fig : 5 Le cadran de Rouxel (2004, 2007) et le tracé de la table réalisée en deux fois (cadrans F<sub>1</sub>-F<sub>2</sub>, puis F<sub>1</sub>-F<sub>3</sub>) avec le logiciel décrit ici. Notons que le tracé que nous avons choisi de reproduire ici diffère du tracé original qui est en heures vraies (lignes horaires horizontales). Par ailleurs, et comme l'avaient déjà constaté Collin (2005) et Ferrari (com. écrite de B. Rouxel 2012), la partie balayée par la croix d'ombre au cours de l'année est beaucoup plus réduite que ne le suggère le tracé originel de B. Rouxel.

Par ailleurs, si l'on fait en sorte que les deux fils se touchent, par exemple en posant :

$$Az_1 \neq Az_2 ; i_1 = i_2 = 90^\circ ; d_1 = d_2$$

on peut vérifier que le logiciel dessine correctement tous les cadrans « classiques » horizontaux, inclinés ou verticaux, méridionaux ou déclinants et à style droit ou polaire ; le point de croisement des fils correspondant à la pointe du style.

<sup>5</sup> Le logiciel de cadrans horizontaux est en annexe du CD-Rom de Cadran-Info n°27.

<sup>6</sup> Ce cadran a été primé au concours international biennuel de cadraniers "El ombre del tiempo" en 2005.

## 5) LES TRACES OBTENUS

Le dessin des cadrans étudiés ici (Fig. 6, 7 et 8) est contrôlé par une petite dizaine de paramètres fondamentaux en dehors des coordonnées géographiques (tableaux 1, 2 et 3). Si l'on considère que les angles peuvent varier par incrément de 5° seulement, et les distances par incrément de 50 pixels, on obtient plus de 1 000 milliard de combinaisons de paramètres ( $1,01 \times 10^{12}$ ) soit autant de cadrans solaires *a priori* différents pour un seul lieu. Il est vrai que dans beaucoup de ces cas, le domaine balayé par la croix d'ombre est très petit, et ne correspond qu'à une partie très réduite, voire nulle, de l'année. Par ailleurs, chaque cadran déclinant possède son cadran symétrique. En fait, le nombre réel de cadrans potentiels ne représente qu'une fraction (non-évaluable) du chiffre proposé précédemment. Quoiqu'il en soit, même si chacun de ces cas peut être dessiné par notre logiciel, ainsi que tous les intermédiaires (!), l'étude rationnelle d'une telle diversité est, hélas, hors de notre portée.

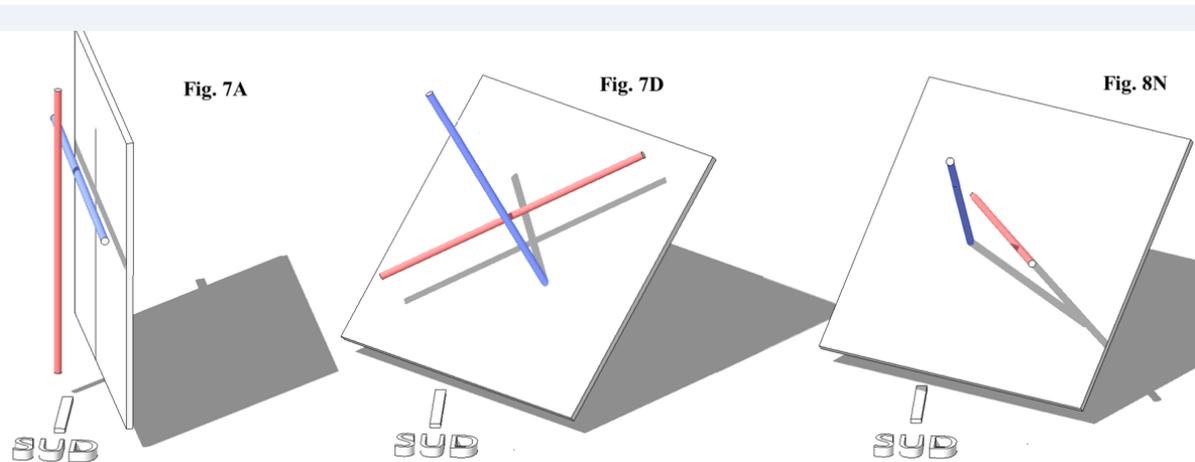


Fig : 6 Sélection de cadrans des figures 7 et 8 illustrant certaines configurations : vertical ou inclinés déclinants ; avec 2, 1 ou 0 fils parallèles à la table.

Les figures 7 et 8 sont en fin d'article.

Tout au plus, nous pouvons signaler que, comme pour les cadrans horizontaux, le domaine de balayage de la croix d'ombre peut être scindé en 2 voire 3 domaines indépendants.

Quand aux problèmes de la nature et de la forme géométrique que peuvent prendre les lignes horaires et les arcs-diurnes dans de tels cadrans bifilaires, une étude est en cours (Collin, en préparation).

## 6) CONCLUSIONS

Comme nous l'avons signalé incidemment, le logiciel HUGO est apte à dessiner toutes sortes de cadrans « classiques » à style droit : horizontaux, inclinés ou verticaux, méridionaux ou déclinants. Il constitue donc un des très rares outils informatiques fonctionnant sur « Macintosh » permettant de tels dessins (le seul ?). Il est également à ce jour, jusqu'à preuve du contraire, le seul, toutes plateformes confondues, qui permet de dessiner des cadrans

bifilaires à table et à fils rectilignes quelconques. Les algorithmes de bases et ceux des filtres sont fournis dans cet article et dans le précédent (Mercier & Collin 2013). Nous espérons que dans un proche avenir, ceux-ci puissent être intégrés dans des logiciels à interface moins rudimentaire et tournant sur d'autres plateformes...

Selon Opizzo (1998), le développement de la gnomonique passe, notamment, par les cadrans bifilaires « aux possibilités exceptionnelles, tant sur le plan de la technique que de l'esthétique ». Nous espérons que les figures 7 et 8 du présent article (et la figure 8 de Mercier & Collin 2013, publiée dans le précédent numéro de Cadran-info) ainsi que quelques manipulations sur le logiciel proposé, aideront le lecteur à s'en convaincre. Le présent travail ne règle pas tous les problèmes liés aux cadrans bifilaires, loin s'en faut ! En effet, seuls les cadrans à fils rectilignes sont pris en compte, même si c'est de façon exhaustive (voir Collin 2007, pour la liste et la bibliographie de quelques autres configurations possibles). Par ailleurs, même dans ce cas particulier des fils rectilignes, il est clair que l'exploration des formes et des propriétés des tracés reste à réaliser entièrement<sup>7</sup>.

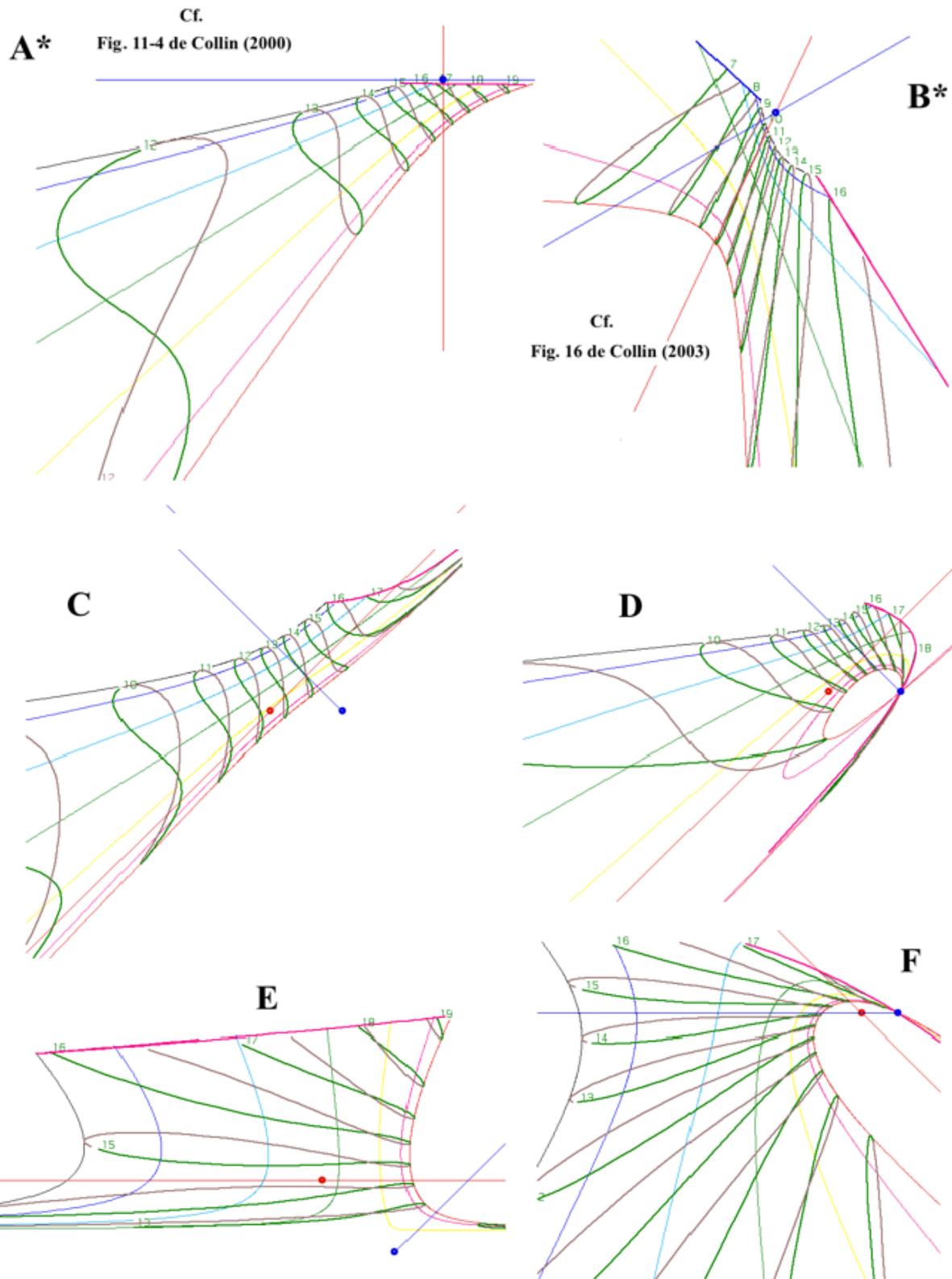
## REFERENCES

- ° Collin D. (2000) ; *Théorie sur le cadran solaire bifilaire vertical déclinant*. Journal of the Royal Astronomical Society of Canada, 94, p. 95-111.
- ° Collin D. (2003) ; *Les cadrans solaires verticaux à deux gnomons rectilignes quelconques [généralisation des cadrans bifilaires de Michnik]*. Observations & Travaux, n°55, p. 12-31.
- ° Collin D. (2005) ; *Vers une finalisation des cadrans bifilaires à fils rectilignes*, Cadran-Info n°13, annexe.
- ° Collin D. (2007) ; *Cadrans bifilaires (1923 à 2007)*, Cadran-Info n°16, p. 6-10.
- ° Massé Y. (1997-2012) ; Codes en Basic « *Ephéméride pour gnomoniste* » et « *Calcul des heures de passage au méridien / lever / coucher du soleil* ». <http://yvon.masse.perso.sfr.fr/gnomon/>
- ° Mercier E. (2012-2013) ; Page web de présentation d'un cadran solaire et de ses variantes possibles ( [http://studios-nantes.pagesperso-orange.fr/Le\\_cadran\\_solaire.html](http://studios-nantes.pagesperso-orange.fr/Le_cadran_solaire.html)).
- ° Mercier E. & Collin D. (2013) ; *Un nouveau logiciel de dessin des cadrans solaires horizontaux bifilaires à fils quelconques*. Cadran-Info n°27, p. 102-113.
- ° Michnik H. (1923) ; *Theorie einer Bifilar-Sonnenuhr*, Astronomische Nachrichten, 217 (5190), p. 81-90. (Une traduction par D. Collin est disponible dans l'Annexe du CD Cadran-info N°15 (Traductions\_TOME\_1.pdf)).
- ° Opizzo Y. (1998) ; *Les ombres du temps*. Burellier éd. 114 p.
- ° Rouxel B. (2004) ; *Cadrans bifilaires, étude géométrique*, Cadran-Info, n°9.
- ° Rouxel B. (2007) ; *Bifilar Sundials*, The compendium, v.14, n°2, p. 5-11.
- ° Savoie D. (1997) ; *Gnomonique moderne*, Editions SAF
- ° Sawyer F.W. (1978) ; *Bifilar gnomonics*, JBAA (Journal of the British Astronomical association), 88(4):334-351 (une traduction par D. Collin est disponible dans Cadran-Info n°15).

---

<sup>7</sup> Les auteurs seront reconnaissants aux utilisateurs du logiciel qui leur transmettraient toutes observations originales.

Figures 7



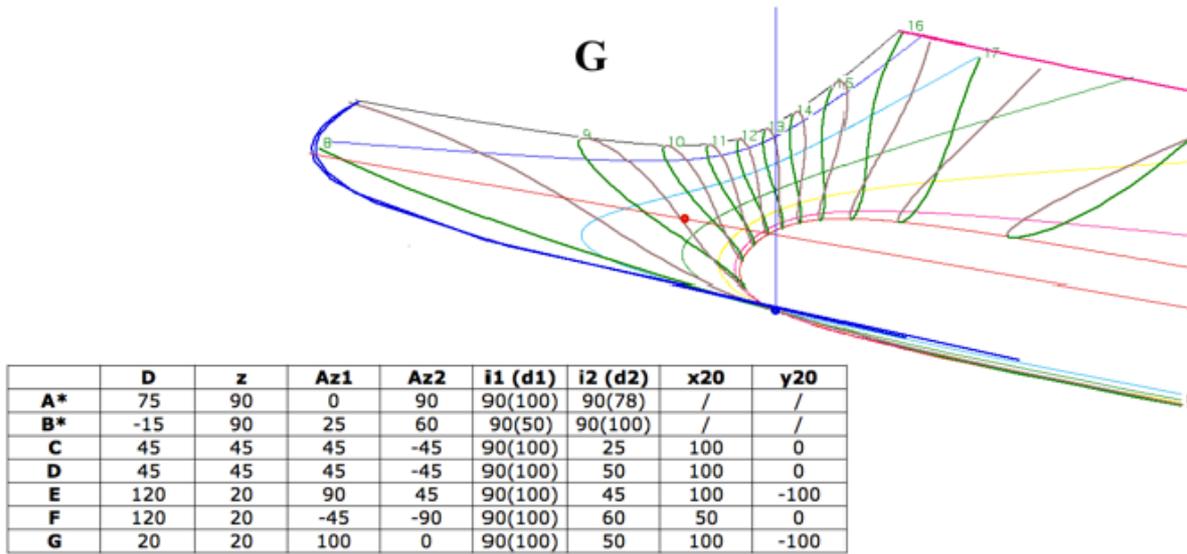
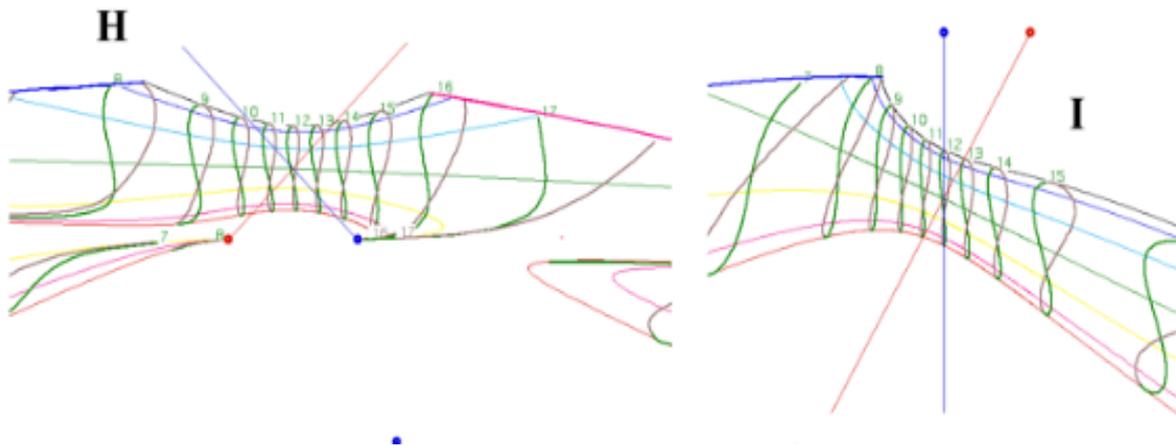
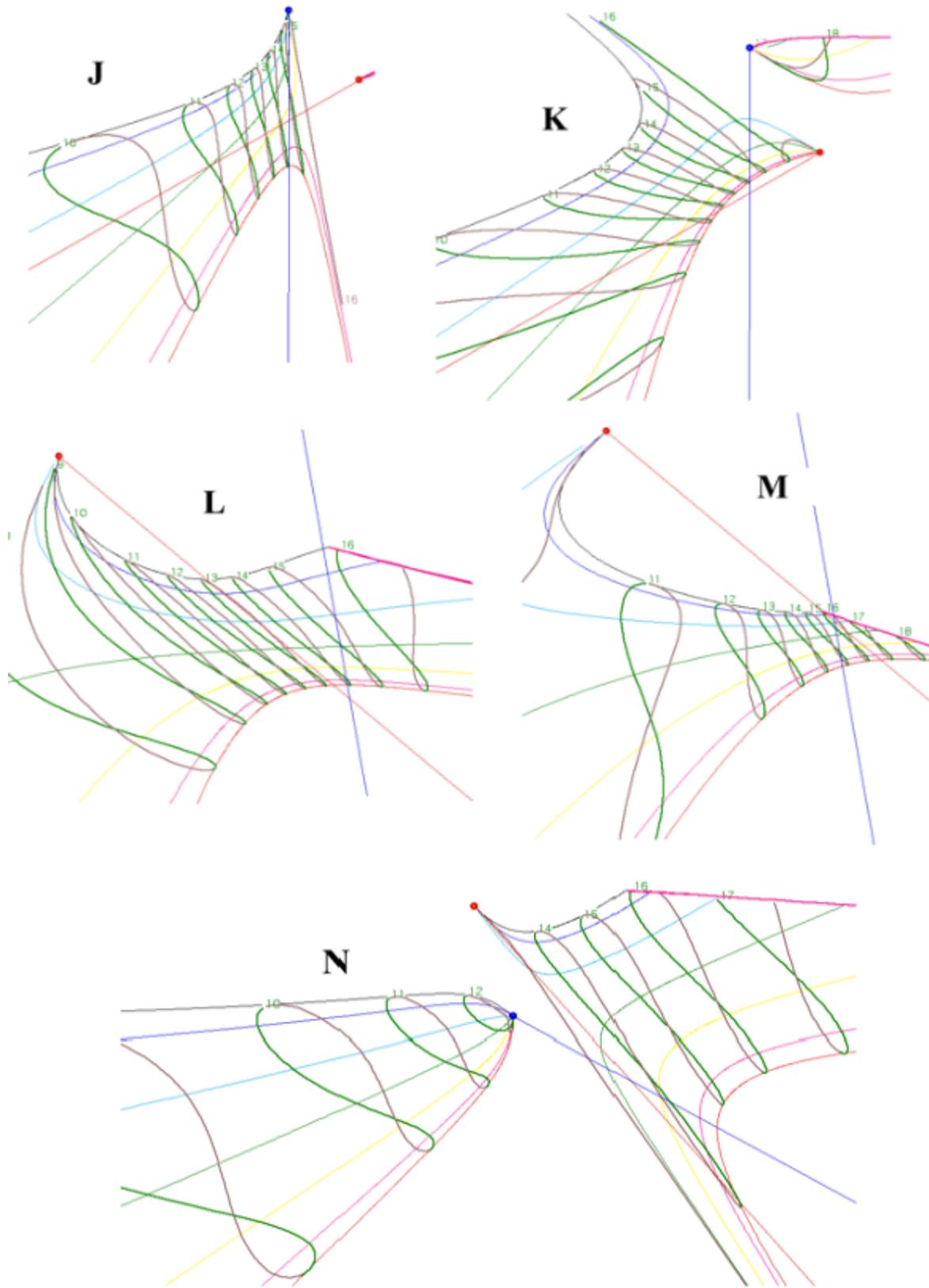


Fig 7 : Quelques exemples de tracé de cadrans avec deux (A\* et B\*) ou un (C à G) fils parallèles à la table. Les cadrans A\* et B\*, verticaux, correspondent à des cadrans déjà publiés et qui sont redessinés ici pour validation du logiciel (les références de la publication originale sont indiquées à côté du cadran). Les arcs de déclinaison correspondent aux changements de signe du zodiaque (couleurs froides pour l'hiver, chaudes pour l'été, la ligne d'équinoxe est en vert). Sur les « 8 » horaires, le vert correspond à la période du solstice d'hiver au solstice d'été ; le marron au reste de l'année. Les traits en gras correspondent aux heures de lever du Soleil + 1/2 heure (bleue) et coucher du Soleil -1/2 heure (rouge). Les droites fines rouge et bleue correspondent à la projection des fils sur la table du cadran.

Figures 8





	D	z	Az1	Az2	i1	i2	X20	y20
H	0	45	45	-45	45	47	150	0
I	0	45	-150	180	60	62	-100	0
J	60	45	-120	180	20	62	-100	100
K	60	20	-120	180	60	62	-100	150
L	60	20	130	-190	80	75	150	150
M	60	80	130	-190	80	75	250	150
N	35	45	-220	120	45	15	50	-150

Fig 8 : Quelques exemples de tracé de cadrans méridionaux ou déclinants vers l'Ouest avec les deux fils obliques par rapport à la table du cadran (même légende que pour la figure 6).

⇒ Dans la version numérique, vous trouverez en annexe (dossier log\_Tab\_HUGO)

°"Tableau et fig article" (tif) comprenant également le logiciel "HUGO-0.4c(diff)zip



## Un magnifique nocturlabe

En couverture de LA GAZETTE DROUOT du 14 juin 2013...



une magnifique pièce de Hans Christoph Schissler en laiton et bronze doré.  
Terrasse en marbre noir signé et daté

1625. Hauteur 19,7 cm; diamètre du nocturlabe 7,8 cm.

La figure d'Atlas sur l'astrolabe géographique soutient le nocturlabe et le calendrier lunaire. L'ensemble s'ouvre ou se sépare pour donner accès à un calendrier astronomique et à un cadran solaire horizontal à style pliant.

Le seul autre compendium de Schissler connu est conservé à Florence au Musée de l'Histoire de la Science

Estimation 50 000 à 80 000€.

Information de Bernier Antoine

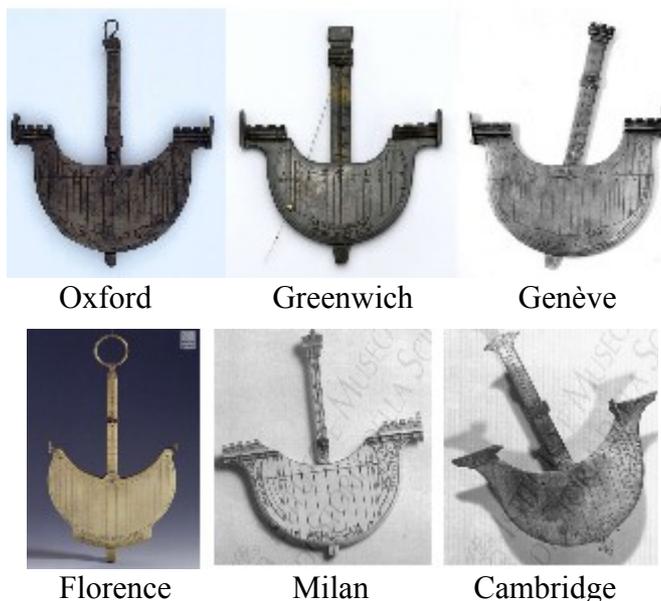


## La navicula de Venetiis

Yvon Massé

*Le principe de la navicula de Venetiis est une invention ingénieuse et peu connue. Yvon Massé en a fait plusieurs présentations lors des réunions de notre commission. Il en fait une rapide description et donne les liens donnant accès à ses diaporamas.*

La navicula de Venetiis, quant à son cadran universel d'heure égale, a souvent été présentée comme une adaptation approximative, voire fantaisiste, au regard du cadran de Regiomontanus qui, lui, présente une solution rigoureuse et mainte fois démontrée de l'équation de hauteur. C'était sans faire la distinction entre deux familles de naviculas représentées par les 6 exemplaires qui sont actuellement conservés dans les musées.



La famille la plus ancienne date des alentours de 1400. Elle est de facture exclusivement anglaise et composée des naviculas conservées aux musées d'Oxford, Florence, Greenwich et Genève. Elle est associée à un ensemble de manuscrits de la même époque qui décrivent la fabrication et l'utilisation de ces instruments. Un de ces manuscrits, en anglais vulgaire, a été reproduit en 1960 dans un article de D. de Solla Price<sup>1</sup>.

La seconde famille, constituée de 2 exemplaires (musées de Milan et Cambridge), est plus tardive. Elle est associée à O. Fine (1494-1555) qui fabriqua la navicula de Milan et donna sa propre vision de cet instrument dans ses ouvrages largement diffusés par l'imprimerie. La comparaison entre les manuscrits et les écrits d'O. Fine montre à l'évidence que, bien que les instruments des deux familles soient similaires, la géométrie finale en est

<sup>1</sup> de SOLLA PRICE, Derek J. : The Little Ship of Venice, a Middle English Instrument Tract. Journal of the History of Medicine and Allied Sciences XV(4), pp. 399-407. 1960

assez différente et c'est, je pense, une des principales raisons de la confusion générale et, au bilan, du mauvais jugement porté fréquemment sur l'ensemble des naviculas.

Ce n'est qu'en 1989, quand il analysa mathématiquement la reproduction de Solla Price, que J. Kragten<sup>2</sup> redécouvrit la précision, plus qu'acceptable, que pouvait fournir les naviculas de la première famille ainsi que l'ingéniosité insoupçonnée mise en œuvre pour obtenir un compromis des plus subtils. Son analyse, basée uniquement sur la trigonométrie plane, ne pouvait toutefois donner qu'une vague idée sur la motivation des choix effectués par l'inventeur de la navicula.

Aussi, à l'occasion de notre rencontre du printemps 2011 à Rouen, j'ai entrepris de fournir une explication purement géométrique du principe de la navicula en partant du cadran de Regiomontanus aux caractéristiques mieux connues. La géométrie a toujours été pour moi beaucoup plus explicite qu'un alignement de formules algébriques que l'on manipule avec des règles relevant de l'automatisme. Si dans ce dernier cas on parvient effectivement à expliquer la justesse d'un principe, on peut rester insatisfait de ne pas « sentir » les mécanismes sous-jacents, ce qu'apporte en partie l'utilisation de la géométrie. Finalement, en constatant que la présentation type « PowerPoint » utilisée pour la réunion se prêtait parfaitement au dessein que je m'étais fixé, j'ai préféré commenter directement les diapositives de cette présentation plutôt que d'accéder à la demande de notre président, M. Sauvageot, qui m'invitait à reprendre cette matière afin d'en faire un article pour Cadran-Info.

Cette présentation est fournie dans la version numérique de ce Cadran-Info ainsi qu'une ancienne version de la visionneuse gratuite de MicroSoft (ppview97.exe : 2,8 Mo) pour que les lecteurs ne disposant que d'un vieil ordinateur et n'ayant pas PowerPoint puissent la consulter. La dernière version de cette visionneuse est téléchargeable ici : <http://www.microsoft.com/fr-fr/download/confirmation.aspx?id=6>

### Diaporamas mis à disposition

Présentation réunions CCS	⇒ Dans la version numérique, vous trouverez en annexe dans le répertoire : "Navicula Y. Massé"	À télécharger
Mai 2011 à Rouen	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ "pres_nav_txt.ppt"*</li> <li>◦ "ppview97.exe**"</li> </ul>	<a href="http://yvon.masse.perso.sfr.fr/gnomon/pres_nav_txt.ppt">http://yvon.masse.perso.sfr.fr/gnomon/pres_nav_txt.ppt</a> <a href="http://yvon.masse.perso.sfr.fr/divers/ppview97.exe">http://yvon.masse.perso.sfr.fr/divers/ppview97.exe</a>
Mai 2013 à Genève	◦ "Masse Y_La navicula de Genève.pdf" et .pptx*	<a href="http://yvon.masse.perso.sfr.fr/divers/la_navicula_de_geneve.pdf">http://yvon.masse.perso.sfr.fr/divers/la_navicula_de_geneve.pdf</a>

\* Il est important de regarder la présentation en "mode diaporama" car certaines diapos se décomposent en plusieurs étapes pour faciliter la compréhension.

\*\* Les visionneuses PowerPoint de MicroSoft sont gratuites. Il n'y a donc pas de problème de licence.

<sup>2</sup> KRAGTEN, Jan : The Little Ship of Venice. Eindhoven. 1989

Pour une analyse mathématique de la seconde famille de navicula, on peut se reporter à l'article de Mme Archinard<sup>3</sup>. Quant à la première famille, l'analyse de la diapositive n° 22 de "pres\_nav\_txt.ppt" permet de déterminer la formule donnant l'angle  $\alpha_m$  du mât en fonction de la déclinaison  $d$  du Soleil. Soient  $\varepsilon$  l'obliquité de l'écliptique (actuellement  $23^{\circ}26'$ ) et  $\rho$  le rayon d'un des cercles violets, nous pouvons écrire :

$$\rho \cdot \cos \varepsilon \cdot \tan d = \rho \cdot \sin \alpha_m \quad (1)$$

d'où :

$$\alpha_m = \text{Arcsin}(\cos \varepsilon \cdot \tan d)$$

Pour obtenir une formule simple de l'angle  $\alpha_f$  en sorte qu'il soit légèrement supérieur à  $d$  pour les déclinaisons intermédiaires, on peut envisager de remplacer dans la formule (1)  $d$  par  $\alpha_f$  et  $\alpha_m$  par  $d$ . On obtient alors :

$$\rho \cdot \cos \varepsilon \cdot \tan \alpha_f = \rho \cdot \sin d$$

d'où :

$$\alpha_f = \text{Arctan}(\sin d / \cos \varepsilon)$$

Rappelons que si  $\varphi$  est la latitude, la graduation du mât s'obtient par :

$$y = R \cdot \tan \varphi$$

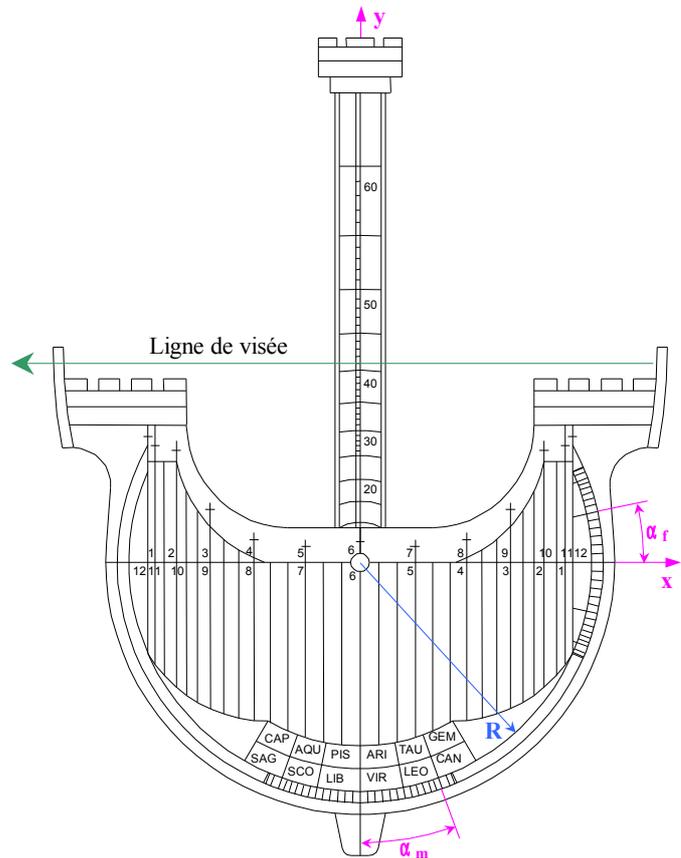
Enfin, en désignant l'angle horaire par  $H$ , la position des lignes horaires est donnée par :

$$x = R \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos H$$

Terminons par le mode d'emploi spécifique à cette famille :

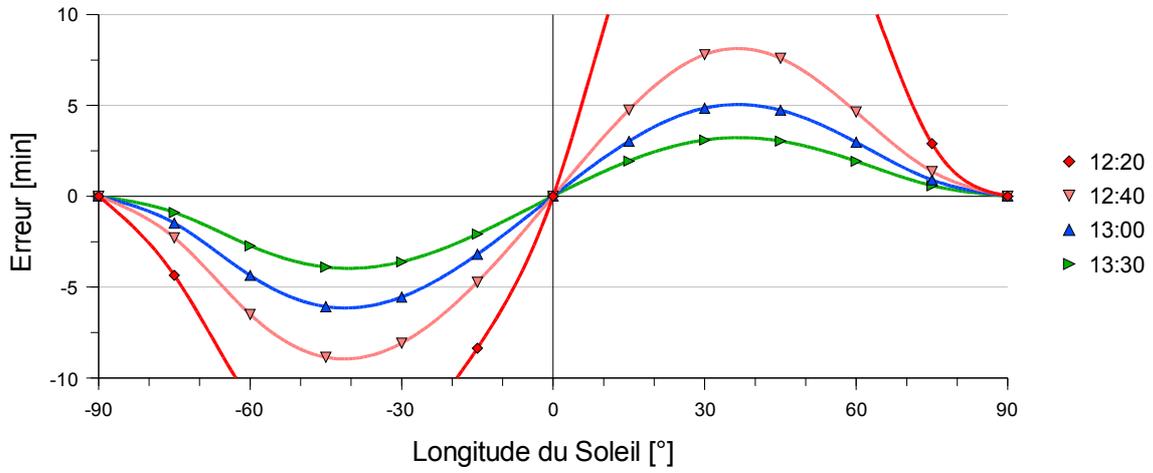
- ° Régler le point de suspension du fil le long du mât à la latitude du lieu.
- ° Incliner le mât en fonction de la date d'observation avec l'échelle inférieure
- ° Tirer le fil en le faisant passer sur l'échelle latérale à la date de l'observation et régler la perle sur la ligne de 12 h
- ° Orienter la ligne de visée dans la direction du Soleil, l'heure vraie est alors donnée par la position de la perle sur le réseau de ligne horaire

En utilisant le formulaire ci-dessus, qui ne correspond pas rigoureusement aux procédures graphiques du Moyen-âge mais qui en donne des valeurs très proches, on obtient les courbes d'erreur qui suivent et qui sont similaires à celles obtenues dans la présentation. En abscisse, la longitude du Soleil de  $-90^{\circ}$  à  $90^{\circ}$  correspond pratiquement à une échelle de temps allant du 22 décembre au 21 juin, la valeur  $0^{\circ}$  correspond aux équinoxes.

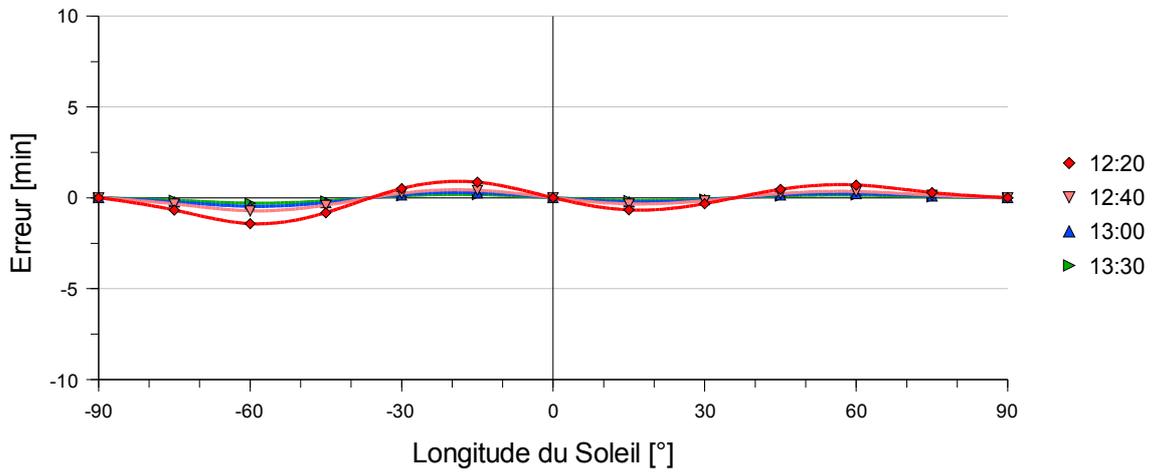


<sup>3</sup> ARCHINARD Margarida: Navicula de Venetiis - une acquisition prestigieuse du Musée d'histoire des sciences, Geneva N.S. t. XLIII. 1995

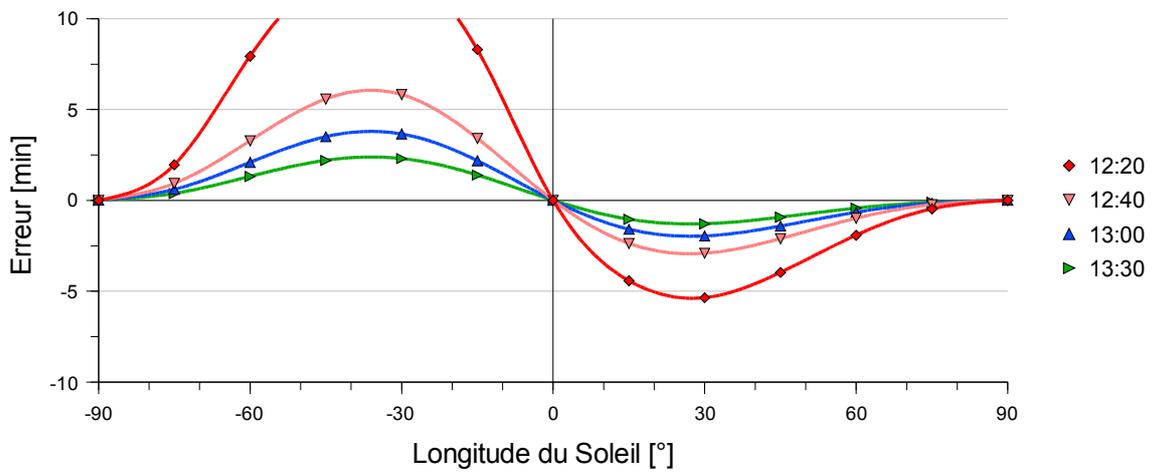
Latitude : 55°



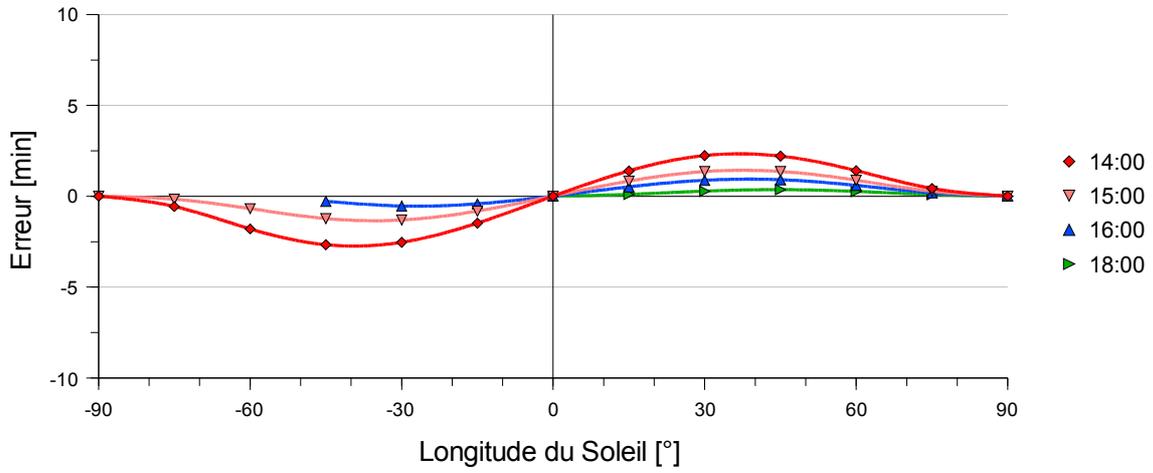
Latitude : 45°



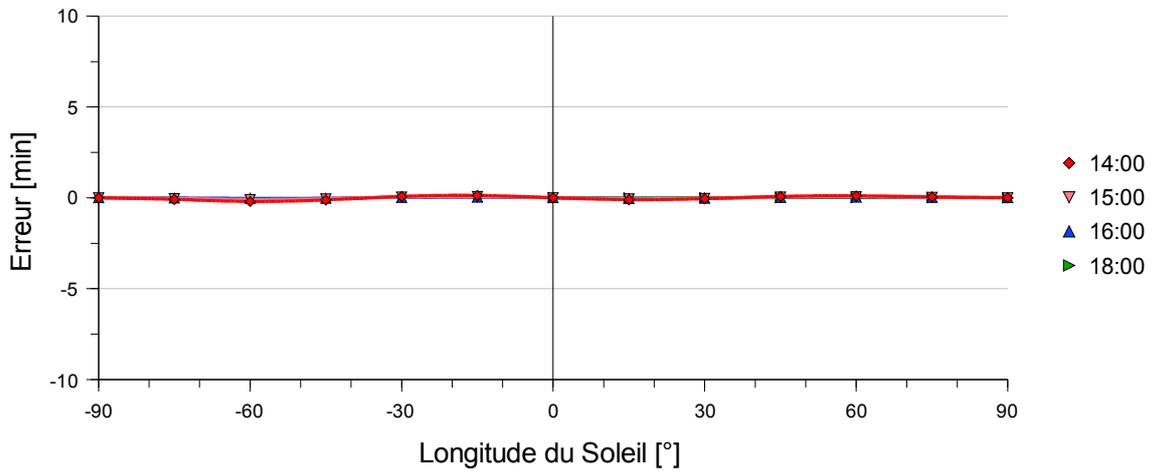
Latitude : 35°



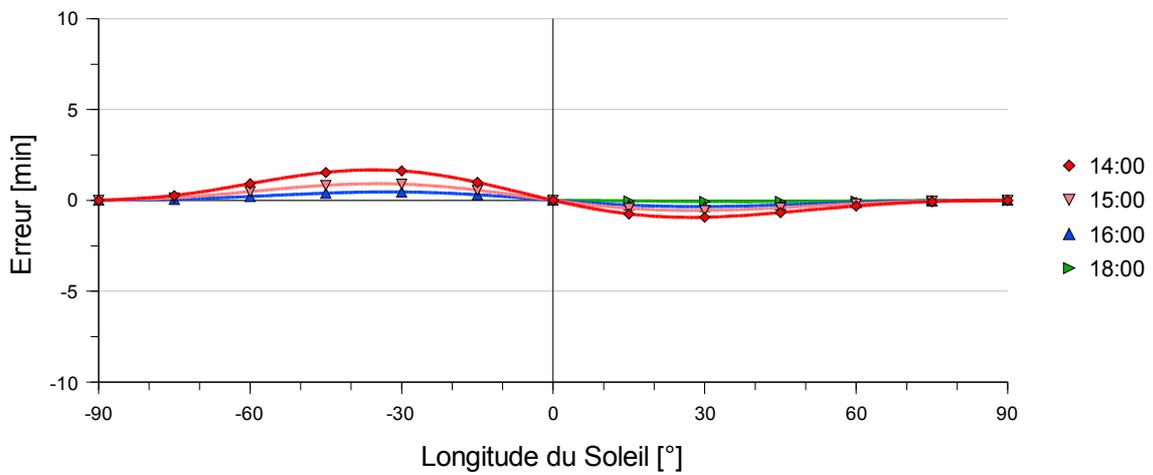
Latitude : 55°



Latitude : 45°



Latitude : 35°

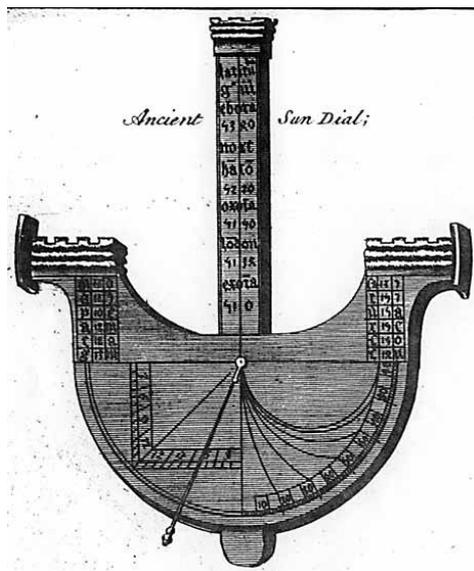
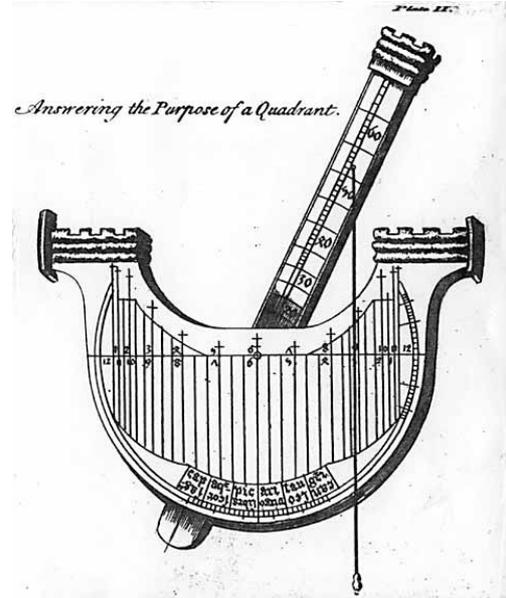


**Résumés des diaporamas** (extraits des CR mai 2011 et mai 2013)

**Rouen 2011 : la navicula de Venetiis**

La navicula de Venetiis est un cadran médiéval de hauteur dont on a conservé quelques rares exemplaires. Portable, elle est prévue pour fonctionner sous toutes les latitudes. Un consensus semble se dégager pour situer les plus anciens exemplaires au début du XV<sup>e</sup> siècle. La navicula peut indiquer soit les heures inégales à l'aide d'un quadrant ancien soit les heures équinoxiales par un dispositif similaire au cadran de Regiomontanus mais qui résulte d'un compromis particulièrement ingénieux associé à un mode d'utilisation spécifique. Ce principe, consigné dans les manuscrits et redécouvert il y a environ 20 ans, donne une précision remarquable (hors période 11h-1h TV), à peine quelques minutes.

La confection complexe de la navicula et son utilisation particulièrement délicate ont certainement



contribué à l'oubli, dès le début du XVI<sup>e</sup> siècle, de ce savoir-faire et de son mode d'utilisation propre au profit d'approximations simplistes calquées sur le cadran de Regiomontanus dont le principe fut alors largement diffusé par l'imprimerie. La navicula du musée d'histoire des sciences de Genève, acquise en 1993, semble porter les séquelles de cette incompréhension. En effet, une analyse géométrique montre une erreur commune avec les naviculas d'Oxford et de Greenwich. Ceci porte à croire qu'elles ont été fabriquées dans le même atelier. De ce fait, les particularités de la navicula de Genève (zodiaque latéral doublé sur la ligne de midi, axe de rotation du mât déplacé et éventuellement surcharge de la latitude 20 en 10) peuvent s'expliquer par une modification tardive afin de se conformer à la géométrie admise à partir du XVI<sup>e</sup> siècle.

**Genève 2013 : les particularités de la navicula de Genève**

La navicula de Venetiis est un cadran médiéval de hauteur dont nous est parvenu 6 exemplaires. Ils sont conservés dans les musées d'Oxford, Milan, Florence, Cambridge, Greenwich et ici même, le musée qui nous accueille. Les naviculas ont toutes, sur une face, un carré des ombres et un cadran ancien à l'image des astrolabes. Sur l'autre face se trouve un cadran universel à heure égale faisant penser au cadran de Regiomontanus bien que différent dans les détails.

Exceptées les naviculas de Milan et Cambridge respectivement datées de 1524 et 1620 (donc de la Renaissance), un consensus se dégage pour situer les 4 autres au début du XV<sup>e</sup> siècle, voire fin du XIV<sup>e</sup>. Curieusement, la navicula de Genève présente deux particularités qui la distinguent des trois autres de son époque :

- ° graduation du mât aussi courte que celle des naviculas de la Renaissance,
- ° échelle zodiacale supplémentaire sur la ligne de midi.

Dans *Protomathesis* (1532) et *De Solaribus Horologiis* (1560), O. Fine, qui a aussi signé la navicula de Milan, propose une géométrie très simple de la navicula qui conduit à une échelle du mât « courte ». Il propose aussi un mode d'utilisation dont la précision finale est assez mauvaise. Une amélioration de cette précision aux équinoxes se trouve dans le *Recueil d'horlogiographie* de Bullant (1561) où l'échelle zodiacale latérale est tracée sur la ligne de midi.

À l'évidence, O. Fine et Bullant ne connaissaient pas les manuscrits médiévaux contemporains à la fabrication des naviculas du Moyen-âge décrivant précisément sa géométrie ainsi que son utilisation. On peut s'émerveiller de l'ingéniosité des concepteurs pour optimiser la précision et la rendre plus qu'acceptable notamment au moyen :

- ° d'une échelle du mât « longue »,
- ° d'échelles zodiacales différentes entre elles et différentes des simples angles de déclinaison,
- ° d'un réglage spécifique de la perle qui indique l'heure.

La navicula de Florence répond en tous points à ces manuscrits. Les 3 autres naviculas du Moyen-âge présentent toutefois un écart qui porte à croire qu'elles ont été fabriquées dans le même atelier : l'échelle zodiacale latérale est graduée suivant la géométrie de l'échelle inférieure alors qu'elle devrait avoir une géométrie propre. Quant à l'échelle du mât de la navicula de Genève, l'écartement des graduations correspond à une échelle « longue » et doit son mât « court » au déplacement de l'axe de rotation.

À la lumière de ces faits on peut imaginer une chronologie probable qui conduit aux particularités de la navicula de Genève. Dans un premier temps elle a été fabriquée à l'image des naviculas de son époque, notamment avec une échelle de mât « longue ». Bien plus tard, à la Renaissance ou une époque postérieure, son possesseur a pu noter les différences entre son instrument et les conceptions diffusées par Fine et Bullant. Pour s'en approcher, il a alors modifié sa navicula en déplaçant l'axe de rotation du mât et en rajoutant les graduations sur la ligne de midi.



La navicula du musée de Milan

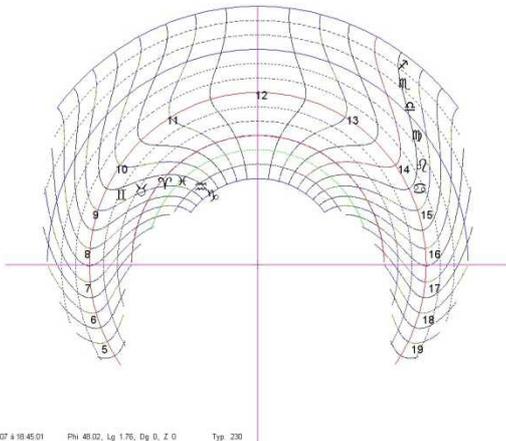


## Récréations gnomoniques

Joël Robic

Cette petite récréation "Ou comment intégrer les formes gnomoniques dans le sujet d'un cadran" est proposée à partir d'exemples de cadrans horizontaux ou verticaux dont vous pourrez vous inspirer pour des nouvelles réalisations.

### Un grand classique, l'araignée d'azimut

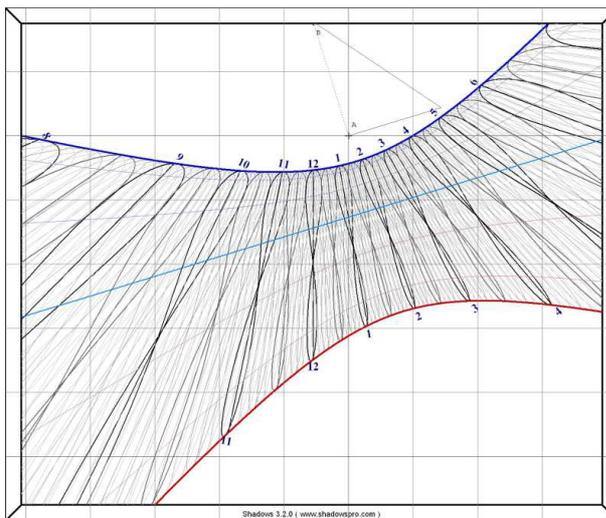


Par SOLARUM le 27/11/2007 à 18:45:01 Phi 48.02, Lg 1.76, Dg 0, Z 0 Typ 230

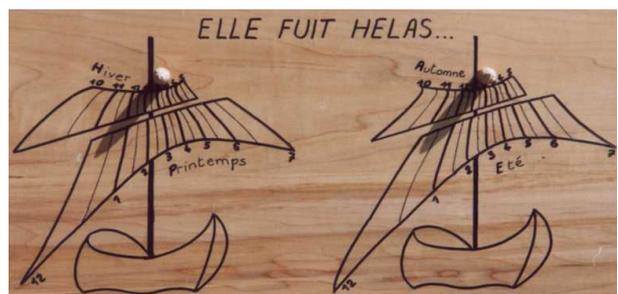


Peut-être la forme la plus connue qui a donné son nom à ce type de cadran : l'araignée d'Azimut, ici une réalisation de Pierre Joseph Dallet. Calcul du cadran : Solarium [1]

### Les voiles solaires



Shadows 3.2.0 ( www.shadowspro.com )



Pour être lisible il faut séparer les 2 parties des 8 : hiver, printemps et été, automne.

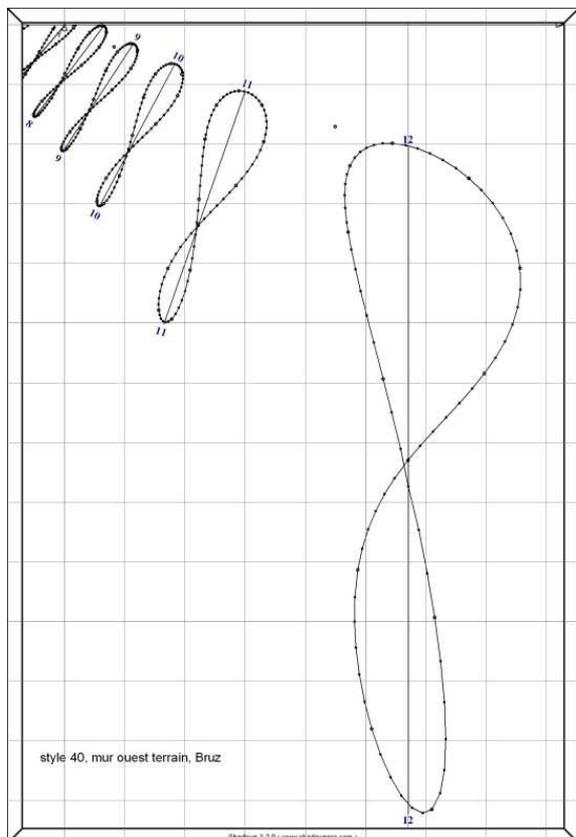
Pour le changement d'heure, on introduit une zone qui fait le lien avec le changement de saison.

Un cadran vertical déclinant indiquant l'heure légale avec les courbes en 8.

Calcul du cadran : Shadows [2]

On obtient alors 4 séries de courbes transformées en voiles dont chacune représente une saison.

### Le sablier mou



Ici une méridienne déclinante dont la forme peut faire penser à un sablier très déformé. Inspiré librement du tableau de Salvador Dalí "Persistance de la mémoire", où les montres molles ont été remplacées par des cadrans mous, voir [3]. Calcul du cadran : Shadows [2]

### Références

- [1] Logiciel Solarium de Pierre Joseph Dallet sur le site de l'ENS de Lyon  
[http://villagedeste.ens-lyon.fr/village\\_este/cycles/cycle-3/cadrans\\_solaires](http://villagedeste.ens-lyon.fr/village_este/cycles/cycle-3/cadrans_solaires)
- [2] Logiciel Shadows sur le site François Blateyron  
<http://www.cadrans-solaires.org>
- [3] Plus de détails sur ce cadran  
<http://www.cadrans-solaires.fr/cadrans-solaires-mous-hommage-dali.html> .

⇒ Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

D'autres exemples dans la présentation en ".ppt" faite lors de la réunion d'octobre 2012.





## Logiciels de cadrans solaires

Philippe Sauvageot

*De nombreux logiciels permettant le tracé des cadrans solaires, ainsi que des tableurs offrant des calculs automatisés sont à disposition. La production de ces derniers mois nous invite à faire un inventaire de ce type d'outil.*

Ce bilan est une première approche. Merci de combler les oublis (et de m'excuser), de compléter les descriptions, de m'informer de vos réalisations et MàJ.

Il n'est pas question d'établir un classement qualitatif ou de convivialité des outils informatiques, ces critères étant de la responsabilité des auteurs. Il s'agit de les faire connaître et les mettre à disposition. Ainsi, chacun pourra faire son choix en fonction du problème à traiter et/ou de son mode d'approche.

Nous entendons par :

- "logiciel" : des programmes permettant le calcul et le tracé de cadrans.
- "tableur" : l'automatisation de calculs de formules.

### - Liste des outils et mise à disposition

	◦ <b>AlgoSola</b> (logiciel de Pierre-Joseph Dallet) pour PC
	◦ Calculs et traçage de tous les types de cadrans et de lignes. Astrolabe. Carte du ciel animée en 2D. Ephémérides. Code source. Ce logiciel remplace le logiciel Solarium qui n'est plus actualisé.
	◦ Français
	◦ Description : en annexe de CI n° 28 ; dossier "Log_Tab_AlgoSola".
	◦ Dernière version : en annexe de CI 28 ; dossier "Log_Tab_AlgoSola".
	◦ A télécharger : <a href="http://isheyev0.ens-lyon.fr/village_este/cycles/cycle-3/cadrans_solaires/solarium">http://isheyev0.ens-lyon.fr/village_este/cycles/cycle-3/cadrans_solaires/solarium</a>
New	◦ <b>ATAC</b> (logiciel de Francis Reymann) pour PC
	◦ Logiciel d'Aide au Tracé des Analemmes et des Cadrans solaires.
	◦ Heures solaires/passage au méridien du lieu ; heures légales ; analemmes ; dates.
	◦ Français
	◦ Description : en annexe de CI n° 28 ; dossier "Log_Tab_ATAC".
	◦ En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier "Log_Tab_ATAC"
New	◦ <b>Cadran à tracé équi-curvilignes</b> (tableur de Francis Reymann) pour PC
	◦ Tracé d'une ligne courbe qui « s'enroule » autour de l'emplanture du style déterminant des segments d'égales longueurs curvilignes entre les lignes horaires.
	◦ Français

	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info n° 23 et n° 24</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier "Log_Tab_CadranMulticurv"</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° <b>Calcad</b> (logiciel de Yvon Massé) pour PC</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Traçage d'un cadran plan par 2 points d'ombre, sans rien connaître à la gnomonique.</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info n° 14</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° A télécharger : <a href="http://ymasse.pagesperso-orange.fr/calcad">http://ymasse.pagesperso-orange.fr/calcad</a></li> </ul>
New	<ul style="list-style-type: none"> <li>° <b>Cartesius</b> version 2013 (logiciel de Riccardo Anselmi) pour PC</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Calculs et traçage de nombreux cadrans par la géométrie analytique à 2 ou 3 dimensions, la méthode projective, la trigonométrie sphérique.</li> <li>° Français-Anglais-Italien-Espagnol</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description ancienne version : Cadran Info n° 13</li> <li>° Description version 2013 : en annexe de CI 28 ; dossier "Log_Tab_Cartesius".</li> <li>° Exemple réalisation : article "méridiennes universelles dans Cadran Info n° 28.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° A télécharger : <a href="http://sundials.anselmi.vda.it">http://sundials.anselmi.vda.it</a></li> </ul>
New	<ul style="list-style-type: none"> <li>° <b>Formules gnomoniques</b> (tableur Excel de Marc Limousin) pour PC</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Calculs automatiques avec graphiques de différents cadrans dont les formules ont été relevées dans les livres ou revues.</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info n° 28, article "Tableurs de formules gnomoniques".</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier "Log_Tab formules Limousin".</li> </ul>
New	<ul style="list-style-type: none"> <li>° <b>HUGO</b> (logiciel de Eric Mercier &amp; Dominique Collin ) pour MAC</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Logiciel universel de dessin des cadrans bifilaires à fils rectilignes (orientation quelconque de la table et des fils).</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info n° 28, article "HUGO logiciel pour cadrans bifilaires".</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier Log_Tab Hugo; logiciel "HUGO-0.4c(diff)zip".</li> </ul>
New	<ul style="list-style-type: none"> <li>° <b>Lignes horaires</b> (tableur Excel de Francis Tamarit) pour PC</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Calculs automatiques de différents types de lignes horaires, arcs diurnes sur cadrans.</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : dans le fichier lui-même</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier "Log_Tab Lignes Tamarit".</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° <b>Œilleton et tache de lumière</b> (tableur Excel de Sébastien Bérriot) pour PC</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Dimensionnement d'une tache de lumière issue d'un œilleton circulaire ou elliptique en divers position par rapport au plan de projection.</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info spécial 2012.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° En annexe de Cadran Info spécial 2012.</li> </ul>

New	<p>° <b>Précision cadrans</b> (tableur de Gérard Aubry) pour PC</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Chiffrer l'incertitude d'un cadran</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info n° 28.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier "Log_Tab Incertitudes".</li> </ul>
New	<p>° <b>Position du soleil</b> (tableur d'Alexandre Vial) pour PC</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Azimut-hauteur, lever-coucher, variation journalière du soleil.</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : ...</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier "Log_Tab soleil".</li> </ul>
New	<p>° <b>ResEph</b> (logiciel de Yvon Massé) pour PC et Mac</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Convertir les heures vraies en heures légales et vice-versa,</li> <li>° Retrouver une date en fonction de la déclinaison du soleil.</li> <li>° Trouver la longitude terrestre en fonction uniquement de la déclinaison et de l'angle horaire du Soleil,</li> <li>° Déterminer une date en fonction de l'équation du temps.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : ...</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° A télécharger : <a href="http://yvon.masse.perso.sfr.fr/reseph/">http://yvon.masse.perso.sfr.fr/reseph/</a></li> </ul>
	<p>° <b>Shadows</b> (logiciel de François Blateyron) pour PC</p>
	<p>Réalisation de cadrans et d'astrolabes. Pédagogique de niveau "débutant" (gratuit) à "expert" (payant). Français</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info n° 10.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° A télécharger : <a href="http://www.shadowspro.com/fr/index.html">www.shadowspro.com/fr/index.html</a></li> </ul>
	<p>° <b>Solarium</b> (logiciel de Pierre-Joseph Dallet) pour PC</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Ce logiciel n'est plus mis à jour, il est remplacé par AlgoSola.</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : Cadran Info n° 8.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° A télécharger : <a href="http://isheyvevo.ens-lyon.fr/village_este/cycles/cycle-3/cadrans_solaires/solarium">http://isheyvevo.ens-lyon.fr/village_este/cycles/cycle-3/cadrans_solaires/solarium</a></li> </ul>
	<p>° <b>Sundials</b> (logiciel de Helmut Sonderegger) pour PC</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Calculs et traçage de cadrans.</li> <li>° Allemand-Anglais</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : ....</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° A télécharger : <a href="http://www.helson.at/sun.htm">http://www.helson.at/sun.htm</a></li> </ul>
	<p>° <b>TriSph</b> (logiciel de Yvon Massé) pour PC</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Résolution des triangles sphériques.</li> <li>° Français</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Description : ....</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° A télécharger : <a href="http://yvon.masse.perso.sfr.fr/trisph/">http://yvon.masse.perso.sfr.fr/trisph/</a></li> </ul>

New	° <b>Valeurs</b> (tableur de Maurice Kieffer) pour PC
	<ul style="list-style-type: none"> <li>° Tracé des cadrans de berger</li> <li>° français</li> </ul>
	° Description : ....
	° En annexe de Cadran Info n° 28 : dossier "Log_Tab_Valeur"

D'autres logiciels relatifs aux cadrans sont à retrouver dans Cadran Info. voir liste, tri : "logiciel".

### - Informations complémentaires

#### ° **AlgoSola : caractéristique de la version jointe**

- ° types de cadrans : environ 200,
- ° indications programmés : environ 100,
- ° graphismes programmés : environ 130,
- ° nombre de tables ou autre possibilités programmées : environ 30, carte du ciel, éphémérides, le point en navigation maritime, calendriers, etc.).

Nouveauté : heures de Nuremberg.

### **Astuces informatiques**

#### ° **De Excel à AUTOCAD**

Comment éviter de recopier manuellement dans Autocad, les valeurs calculées sur Excel (afin d'un tracé de cadran par exemple)? Francis Tamarit donne sa réponse.

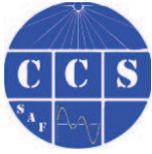
⇒ Elle est présentée avec copies d'écrans dans le dossier en annexe : "Log\_Tab Lignes Tamarit", fichier "explication.doc".

#### ° **Valeur cible**

Il est particulièrement utile de pouvoir déterminer une valeur cible sans recherches progressives. Par exemple pour l'analyse d'un cadran : trouver la latitude de construction d'un cadran connaissant l'angle du style ou bien : dimensionner un cadran solaire.

⇒ Le logiciel Excel permet cette procédure. Maurice Kieffer en fait la démonstration dans le dossier "Log\_Tab valeur" en annexe en prenant comme exemple le dimensionnement d'un cadran de berger.





## Disques gnomoniques antiques

Denis Savoie & Marc Goutaudier

*Les disques de Berteaucourt-les-Dames et de Mérida sont-ils des méridiennes portatives ou des indicateurs de latitude ?*

Dans le numéro 26 de cadran Info (octobre 2012) à la page 122, nous avons publié une photo de Pierre Schmit présentant un "Cadran solaire vu au musée de Picardie à Amiens, 48 rue de la République à Amiens 80000" et sa fiche explicative.

Il s'avère que Denis Savoie et Marc Goutaudier viennent de publier dans : "ARCHEOLOGIE DE LA PICARDIE ET DU NORD DE LA FRANCE (REVUE DU NORD, T. 94, 2012, N° 398, P. 115-119)" un article intitulé : Les disques de Berteaucourt-les-Dames et de Mérida : méridiennes portatives ou indicateurs de latitude ?



Photo P. Schmit  
Photo de P. Schmit CI 26

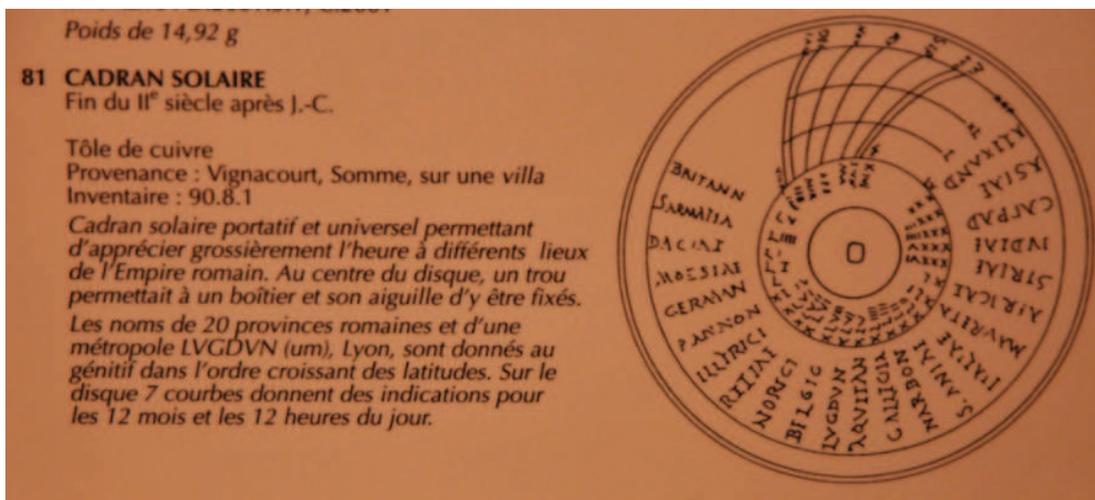


Photo de P. Schmit CI 26

Vous trouverez pages suivantes l'étude numérisée apportant la solution de ce type d'objet.

## Les disques de Berteaucourt-les-Dames et de Mérida : méridiennes portatives ou indicateurs de latitude ?

### INTRODUCTION

Les deux disques en bronze découverts lors de fouilles archéologiques en 1985 à Berteaucourt-les-Dames en Picardie<sup>1</sup> et en 1994 à Mérida en Espagne<sup>2</sup>, ont été considérés, jusqu'à aujourd'hui, comme des cadrans solaires de hauteur portatifs d'un genre nouveau<sup>3</sup>. Ils sont datés respectivement de la fin du II<sup>e</sup>-III<sup>e</sup> siècle et du III<sup>e</sup> siècle de notre ère, et l'on a conclu que, sur le modèle d'autres cadrans solaires portatifs très semblables, ils servaient à lire l'heure où que l'on se trouvât dans l'Empire romain.

Un examen gnomonique récent, auquel nous les avons soumis, nous a permis d'apporter de nouveaux éléments sur le fonctionnement de ces objets et de reconsidérer l'appellation de « cadran solaire », car ces instruments n'ont pas pour fonction d'indiquer l'heure.

### DES DISQUES GRAVÉS

Comme on peut le voir sur la figure 1 qui représente le disque de Berteaucourt-les-Dames, l'objet se compose d'un disque d'environ 10 cm de diamètre percé au centre d'un trou ; on peut diviser la face principale en deux parties :

- la partie « géographique », avec vingt-trois noms de provinces (ou de villes) classées en fonction de leur latitude croissante<sup>4</sup>, depuis *Alexandriae* (latitude de 30°) jusqu'à *Britanniae* (latitude de 55°) ;
- la partie strictement gnomonique, qui est un abaque composé de quatre courbes concentriques, graduées en latitude de 30° à 60° de l'extérieur vers l'intérieur,

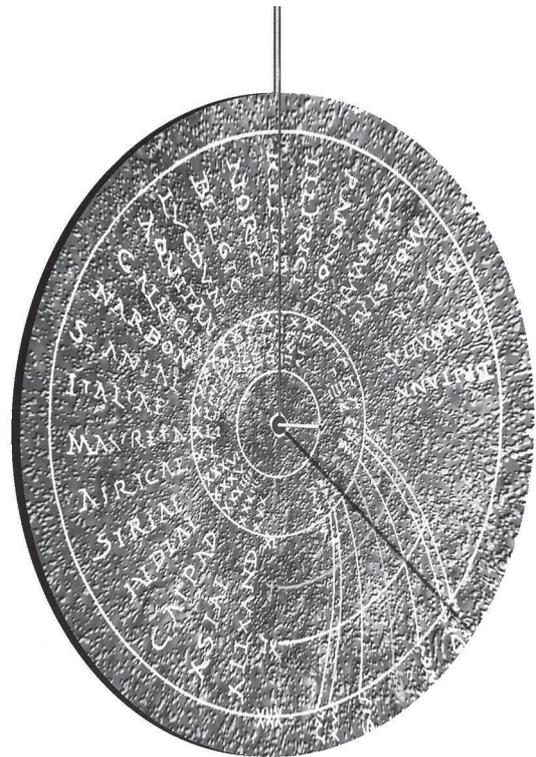


FIG. 1. — Disque de Berteaucourt-les-Dames en mode d'utilisation. Le disque est suspendu dans le plan du Soleil. On voit ici la face est où un gnomon horizontal projette une ombre sur l'abaque et coupe ici la courbe à 50° de latitude à l'équinoxe.

\*. — Denis SAVOIE, SYRTE (Observatoire de Paris, CNRS, Université Pierre et Marie Curie) – Département Astronomie-astrophysique, Palais de la découverte, Paris ; Marc GOUTAUDIER, Département Astronomie-astrophysique, Palais de la découverte, Paris.

1. — MASSY 1985, p. 481-482. Ce disque est conservé au Musée de Picardie à Amiens. Il est en bien meilleur état que le disque de Mérida (cf. *infra*). Voir également HOËT-VAN CAUWENBERGHE, BINET 2008, p. 123-124.

2. — ARCE 1997, p. 217-226. Ce disque est conservé au Musée national d'Art romain de Mérida (Estrémadure). Les cercles de latitude sont effacés ; il reste six arcs de date.

3. — Voir BONNIN 2012, p. 127-128, fiches A-243 et A-306.

4. — Le disque de Mérida comporte dix-neuf noms de villes et de provinces contre vingt-trois pour celui de Berteaucourt-les-Dames. Voir l'étude de Christine Hoët-van Cauwenberghe dans ce volume.

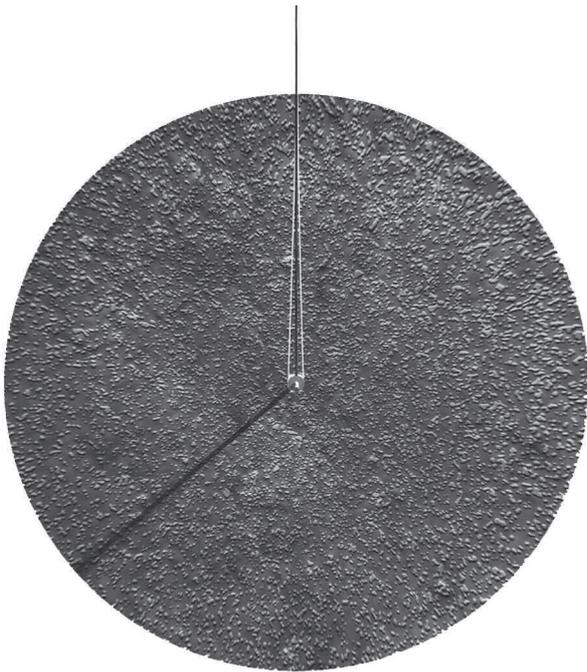


FIG. 2. — Dos du disque de Berteaucourt-les-Dames. On voit ici la face ouest où une encoche permet d'ajuster exactement le disque dans la direction du zénith.

avec un pas de  $10^\circ$ . Sept autres courbes coupent les cercles de latitude et portent des indications sur les douze mois du calendrier romain, les deux courbes extrêmes étant celles des solstices<sup>5</sup> notées VIII K. IAN (VIII des calendes de janvier = solstice d'hiver = 25 décembre), et VIII K. IVL (VIII des calendes de juillet = solstice d'été = 24 juin).

Les autres dates correspondent certainement à l'entrée du Soleil dans les signes du zodiaque<sup>6</sup>.

Dans le dos de l'objet (fig. 2), on remarque une droite, dont on verra ci-après l'importance, qui part du trou central jusqu'à la périphérie. Un gnomon horizontal de quelques centimètres devait s'enficher dans ce trou; sa longueur doit être suffisante pour qu'il porte ombre sur le disque et son diamètre pas trop important pour une lecture fine.

Il n'y a aucune graduation horaire sur l'abaque, ce

qui permet de conclure que cet objet n'indique pas l'heure (mais il peut indiquer midi). Car l'abaque montre clairement qu'il existe un lien entre la latitude d'un lieu et la date; d'où l'on déduit que cet instrument peut avoir deux fonctions:

- indiquer le midi solaire du lieu
- indiquer la latitude à laquelle on se trouve

### ÉTUDE GNOMONIQUE

Rappelons que dans les cadrans solaires de hauteur, le principe est de déterminer l'heure solaire en fonction de la hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon, et qu'il faut pour cela connaître deux constantes: la latitude du lieu et la date. Ceci tient au fait que ce type de cadran est une sorte d'application pratique et technique d'une formule de trigonométrie sphérique connue dans l'Antiquité et qui lie l'heure  $H$  à la hauteur  $h$  du Soleil:

$$\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H \quad (1)$$

$\delta$  étant la déclinaison du Soleil (autrement dit la date) et  $\phi$  la latitude du lieu. Cette formule signifie très clairement que la hauteur du Soleil dépend de trois composantes: le lieu, la date et l'heure. Donc un cadran solaire de hauteur ayant la vocation de fonctionner dans tout l'Empire<sup>7</sup>, soit ici sur près de  $30^\circ$  de latitude (soit 3 300 km) comme les disques de Mérida et de Berteaucourt-les-Dames, nécessiterait soit un réseau de courbes tellement surchargées qu'il en deviendrait illisible, soit un mécanisme qui le rende facile à utiliser, comme par exemple l'anneau astronomique.

Mais dans le cas présent, comme il n'est pas question d'indiquer l'heure toute la journée mais seulement midi solaire, on peut tirer partie de la formule (1) qui se simplifie alors, en remarquant qu'à midi solaire ( $H = 0^\circ$ ), la hauteur du Soleil devient:

$$\sin h = \cos(\phi - \delta)$$

$$\text{soit } h = 90^\circ - \phi + \delta \quad (2)$$

La déclinaison du Soleil est obtenue par la formule elle aussi classique:

$$\sin \delta = \sin \epsilon \sin \lambda$$

où  $\lambda$  est la longitude écliptique du Soleil que l'on fait varier de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  avec un pas de  $30^\circ$ : on obtient

5. — Voir GINZEL 1911, p. 179-181 et p. 282. Les dates des solstices indiquées ici sont les dates classiques dans le calendrier julien entré en vigueur en 45 av. J.-C.; quant aux équinoxes, ils sont fixés au 25 mars (VIII des calendes d'avril) et au 24 septembre (VIII des calendes d'octobre). Au début du III<sup>e</sup> siècle de notre ère, en raison de la dérive de l'année julienne par rapport à l'année tropique, les saisons astronomiques

commencent aux dates suivantes: équinoxe de printemps le 21 mars, solstice d'été le 23 juin, équinoxe d'automne le 24 septembre, solstice d'hiver le 22 décembre. Donc si l'utilisateur de l'instrument s'en tient aux dates communes, il commet une légère erreur.

6. — Voir sur ce point BRIND'AMOUR 1983, p. 15-19.

7. — Rappelons que  $1^\circ$  de latitude représente environ 111 km.

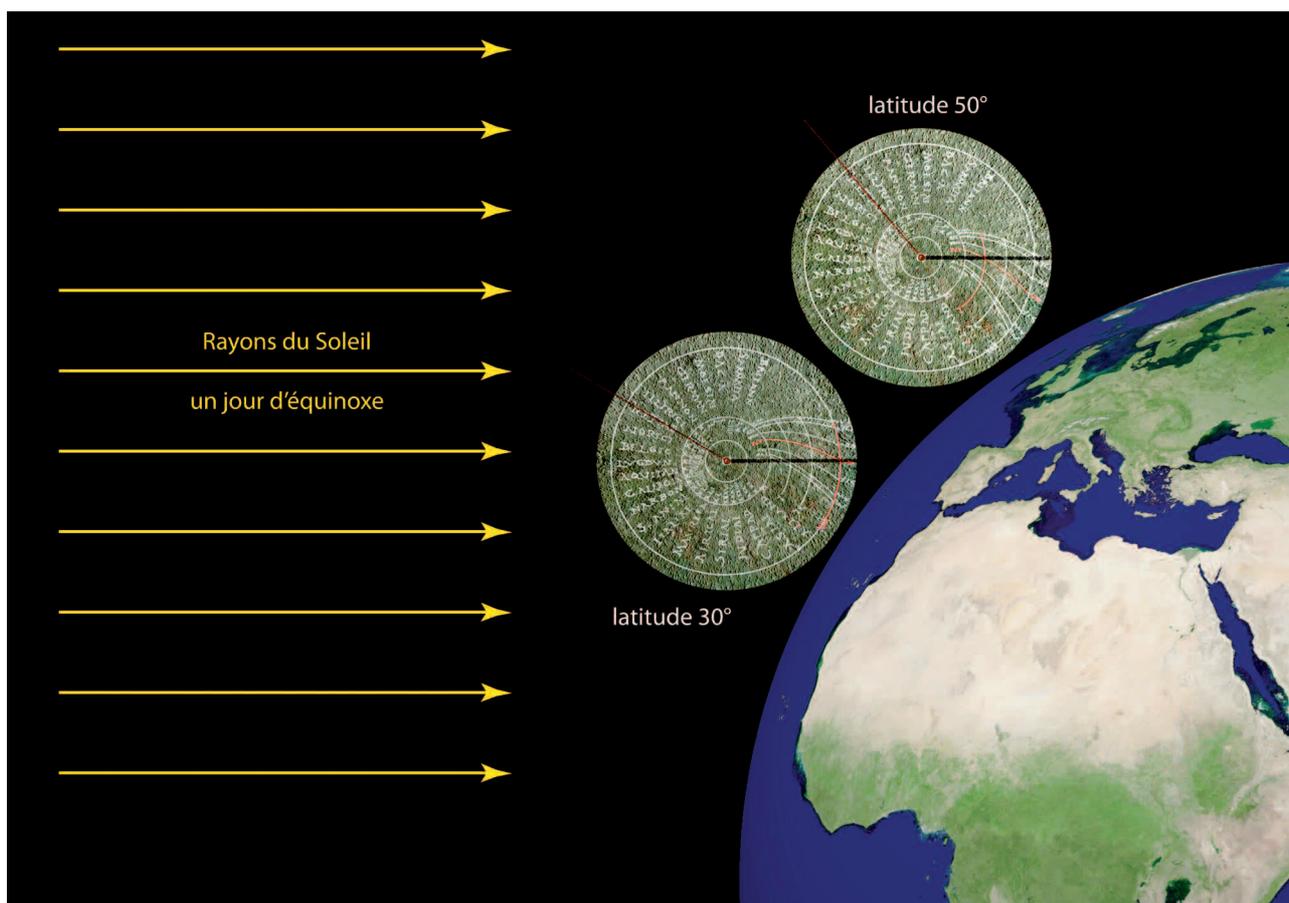


FIG. 3. — Principe d'utilisation du disque en fonction de la latitude. Le jour de l'équinoxe par exemple, à midi solaire, on a représenté le disque de Bertheaucourt-les-Dames à une latitude de 30° (Alexandrie) et à une latitude de 50° (Allemagne). On voit parfaitement que l'ombre du gnomon coupe la courbe des équinoxes à des latitudes différentes.

ainsi la déclinaison du Soleil à son entrée dans chaque signe zodiacal.

L'abaque étudié ici est une application astucieuse de la formule (2), où l'on fait varier en « abscisse » la déclinaison du Soleil et en « ordonnée » la latitude. La lecture – soit du midi, soit de la latitude – s'effectue à l'intersection de l'ombre d'un gnomon horizontal et d'un arc de déclinaison, l'instrument étant suspendu verticalement et aligné dans le plan du Soleil. Ceci est corroboré par la droite située au dos de l'instrument, parfaitement calée par rapport à l'abaque, et qui sert en fait à ajuster le disque vers le zénith, sans doute à l'aide d'un fil de suspension. C'est la face tournée vers l'est qui est graduée (fig. 3).

Le calcul d'un tel instrument est assez simple: on fixe depuis le trou central le rayon  $R_{\max}$  qui correspond à la latitude minimale (ici 30°) et le rayon  $R_{\min}$

qui correspond à la latitude maximale (ici 60°). Le rayon  $R$  pour une latitude intermédiaire se déduit donc par une simple règle de trois :

$$R = R_{\max} - [\Delta R(\phi - 30)/30] \text{ où } \Delta R = R_{\max} - R_{\min}$$

En faisant passer par le centre du disque un système d'axes, les  $x$  étant dirigés vers le Nord et les  $y$  vers le zénith, on trace un arc de déclinaison ou un cercle de latitude par :

$$\begin{aligned} x &= R \cos h = R \sin(\phi - \delta) \\ y &= -R \sin h = -R \cos(\phi - \delta) \end{aligned}$$

Si l'on fait varier la latitude pour une valeur donnée de la déclinaison du Soleil, on obtient un arc de courbe. Si l'on fait varier la déclinaison du Soleil pour une latitude donnée, on obtient un cercle de latitude. La déclinaison doit varier de  $-\epsilon$  à  $+\epsilon$  où  $\epsilon$  est l'obliquité de l'écliptique; dans l'Antiquité<sup>8</sup>, on prend

8. — Dans les travaux astronomiques, comme dans l'*Almageste*, on prend 23° 51' : voir PEDERSEN 1974, p. 423. La plupart des praticiens utilisent par commodité la valeur de 24°.

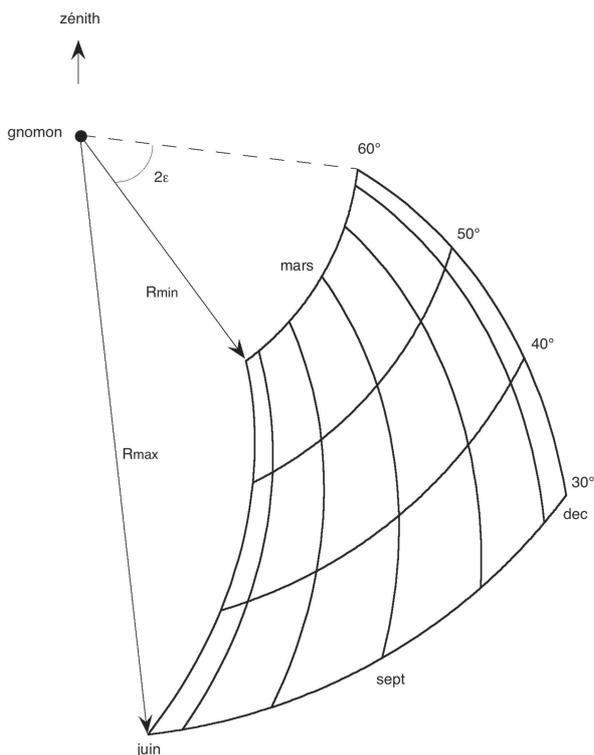


FIG. 4. — Représentation moderne : l'abaque est constitué ici de quatre cercles concentriques qui indiquent la latitude, coupés par sept courbes de date.

généralement  $\epsilon = 24^\circ$ . On peut d'ailleurs vérifier sur le disque de Berteaucourt-les-Dames que l'angle au sommet (fig. 4) est bien égal à  $2\epsilon$ , ce qui correspond à la différence de hauteur du Soleil entre le solstice d'hiver et le solstice d'été à la latitude  $60^\circ$  ; le même angle se retrouve pour le cercle de latitude  $30^\circ$ .

Dans la pratique, un tel abaque ne nécessite pas le recours au calcul trigonométrique : la géométrie seule en permet le tracé. On commence par établir à l'aide de la formule élémentaire (2) les valeurs de la hauteur méridienne du Soleil pour différentes latitudes. Ayant tracé deux cercles concentriques au compas (fig. 5), on reporte, avec un rapporteur depuis le centre P des cercles qui est celui où se trouvera le gnomon, la hauteur du Soleil en hiver pour la latitude la plus élevée (point E) puis la hauteur du Soleil en été pour cette même latitude (E'). On fait la même opération pour le cercle de latitude le plus extérieur et l'on obtient les points A et A'. Pour obtenir les courbes de dates reliant les cercles extrêmes, il faut bien sûr multiplier les points de hauteur pour des latitudes intermédiaires puis relier les points par une courbe.

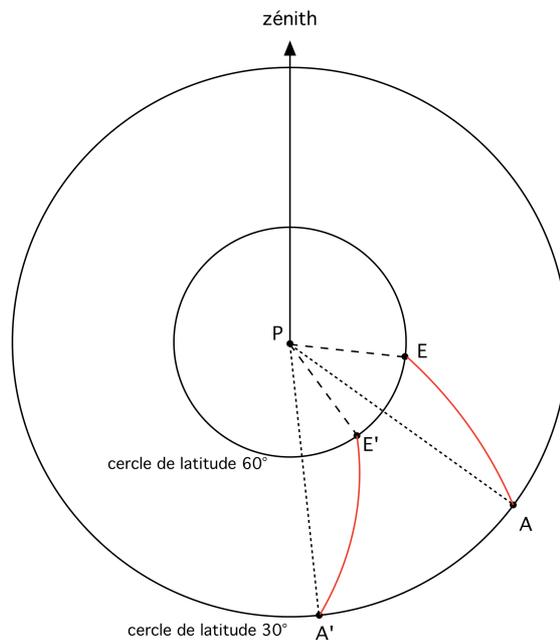


FIG. 5. — Tracé par une voie géométrique de l'abaque : les arcs EE' et AA' sont respectivement les arcs de latitude  $60^\circ$  et  $30^\circ$ . On a tracé en rouge les arcs EA (courbe du solstice d'hiver) et E'A' (courbe du solstice d'été).

**UTILISATION**

Précisons d'emblée qu'il ne faut pas chercher dans ces disques des instruments de précision : leurs dimensions sont, d'une part, trop modestes et, d'autre part, il faut les considérer plus comme des objets de curiosité ou de prestige, voire d'amusement astronomique, même s'ils sont scientifiquement tout à fait au point. En fait, on est ici en présence d'instruments qui donnent des ordres de grandeur et qui supposent de la part de leur utilisateur des connaissances sérieuses.

Voyons tout d'abord le cas d'un voyageur qui veut utiliser cet indicateur pour déterminer midi solaire, donc comme méridienne portative ; il doit obligatoirement connaître la date et le lieu où il se trouve. Imaginons que l'on soit le VIII des calendes de juillet, donc au solstice d'été, et que le voyageur soit à Rome à une latitude de  $42^\circ$  comme l'indique le disque (fig. 6). Après un repérage préalable du cercle de latitude  $42^\circ$ , le voyageur doit estimer *grosso modo* le moment où l'ombre du gnomon coupe le cercle de latitude et la courbe de déclinaison. On peut imaginer que pour repérer un tel cercle, un fil attaché au centre du disque et muni d'une perle coulissante soit installé.

Il convient d'ajouter ici une remarque : la hauteur du Soleil au voisinage de la culmination varie peu, surtout aux alentours du solstice d'hiver, de sorte que

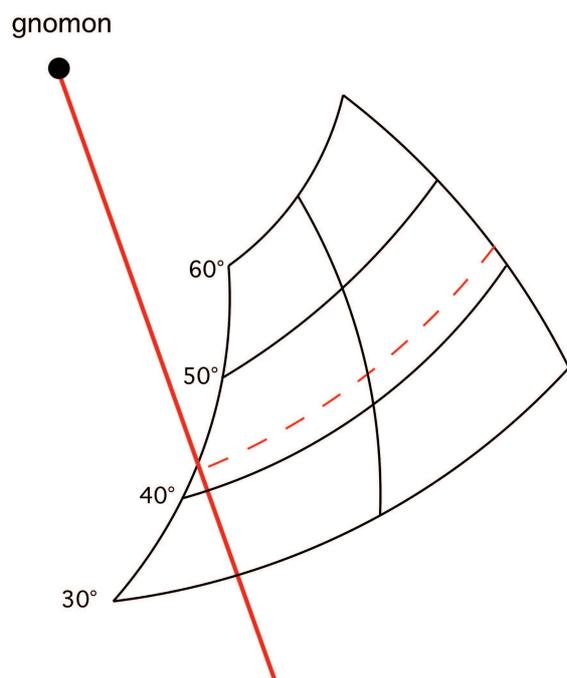


FIG. 6. — L'ombre (en rouge) du gnomon coupe la courbe du solstice d'été à la latitude de 42° (cercle avec les pointillés).

l'on peut facilement se tromper de  $\pm 15$  minutes – voire plus – sans s'en rendre compte, d'autant plus que l'ombre du gnomon horizontal a une certaine épaisseur. C'est d'ailleurs un inconvénient que l'on doit souligner et qui affecte tous les cadrans solaires de hauteur : leur précision est médiocre à midi.

Plaçons nous maintenant dans l'hypothèse où le voyageur utilise le disque pour avoir une idée de la région où il se trouve. Il connaît toujours la date, mais il doit en plus trouver un moyen de déterminer midi solaire, par exemple à l'aide d'un gnomon, en attendant que son ombre soit la plus courte.

Reprenons l'exemple précédent d'un voyageur romain ; à midi solaire, il doit repérer l'intersection de l'ombre avec la courbe de la date pour ensuite lire la latitude. Là encore, on peut imaginer qu'un fil muni d'une perle permette de mieux estimer le lieu, ou plutôt la région. Mais il convient d'ajouter immédiatement que l'instrument ne donne pas la longitude de la région ou du lieu. De sorte qu'il faut déjà avoir une idée de l'endroit où l'on se trouve, sans quoi on peut, par exemple, déterminer une latitude de 42° sans savoir si l'on est en Espagne ou en Italie !

*Mots-clés* : gnomonique, méridienne, latitude, abaque, calendrier julien.

#### Bibliographie

**ARCE 1997** : ARCE J., « Viatoria pensilia. Un nuevo reloj portatil del s. III d. c. procedente de Augusta Emerita (Merida, Espana) », dans *Ultra terminum vagari. Scritti in onore di Carl Nylander*, Roma, 1997, p. 3-7 = *Mérida Tardorromana (300-580 d.C.)*, Mérida, 2002, p. 217-226.

**BONNIN 2012** : BONNIN J., *Horologia Romana. Recherches archéologiques sur les instruments de mesure du temps à l'époque romaine*, thèse de doctorat inédite, Université de Lille 3, 2012.

**BRIND'AMOUR 1983** : BRIND'AMOUR P., *Le calendrier romain*, éd. Université d'Ottawa, 1983.

**GINZEL 1911** : GINZEL F. K., *Handbuch der Mathematischen und Technischen Chronologie*, vol. 2., Leipzig, 1911.

**HOËT-VAN CAUWENBERGHE, BINET 2008** : HOËT-VAN CAUWENBERGHE C., BINET É., « Cadran solaire sur os découvert à Amiens (*Samarobriva*) », *Cahiers du Centre G. Glotz*, XIX, 2008, p. 111-127. (Résumé dans le *Bulletin de la Société Nationale des Antiquaires de France*, 2011, p. 267-273)

**MASSY 1985** : MASSY J.-L., « Informations archéologiques. Picardie », *Gallia*, 43, 1985, p. 467-487, partic. p. 481-482.

**PEDERSEN 1974** : PEDERSEN O., *A Survey of Almagest*, Odense University Press, 1974.



## Problème du cadran de Sorède

Denis Savoie

*Comment remonter à la cause du dysfonctionnement du cadran vertical déclinant géant réalisé à Sorède : la tache lumineuse de l'œilleton s'écarte de son parcours tracé sur le mur ! Le cas présent en est un exemple d'analyse et de recherche d'erreur.*

En 2008, l'artiste<sup>1</sup> Marc André 2 Figuières a proposé à la commune de Sorède (Pyrénées Orientales) de placer un très grand cadran solaire vertical sur une petite place centrale de la ville, en habillant un pan de mur aveugle. Le principe consistait à placer devant le mur un mât de 12 mètres de haut percé d'un œilleton dans sa partie centrale ; la tache de lumière projetée par l'œilleton parcourt alors le mur muni d'un réseau de lignes horaires en indiquant l'heure solaire et l'entrée du Soleil dans les sept signes du zodiaque.



Fig 1 : Photo prise le 7 août 2012 à 9 h 23 m temps légal à Sorède. L'heure solaire est très correcte mais la tache de lumière est beaucoup trop près de l'arc diurne (normalement parcouru le 23 août).

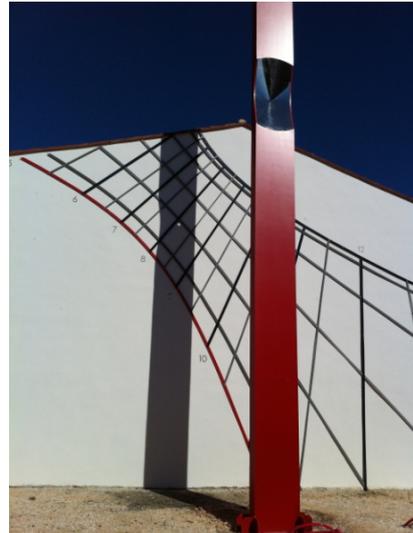


Fig 2 : Photo prise le 7 août 2012 à 10 h 00 m temps légal à Sorède. Par rapport à la photo 1, la tache de lumière est pratiquement entrée en contact avec l'arc diurne, qu'elle va d'ailleurs cisailer une heure plus tard ! On voit nettement le mat en acier et son œilleton ; il est difficile de se rendre compte des dimensions imposantes du cadran : rappelons que l'œilleton est à 7,5 mètres du sol.

L'ensemble du cadran solaire a été calculé par l'auteur de cet article. Les paramètres du cadran sont les suivants :

- ° Latitude =  $42^{\circ} 31' 50''$
- ° Longitude =  $2^{\circ} 57' 20''$  Est = - 11 m 49 s
- ° Déclinaison gnomonique =  $- 54^{\circ} 54'$
- ° Distance de l'œilleton au mur = 250 cm
- ° Hauteur de l'œilleton par rapport au sol = 750 cm
- ° Diamètre œilleton = 6 cm

<sup>1</sup> [www.ma2f.com](http://www.ma2f.com)

La très forte déclinaison gnomonique du cadran (mur Est-Sud-Est), s'ajoutant à un fonctionnement avec œillette (équivalent d'un style droit perpendiculaire au plan du cadran) limite fortement l'éventail horaire du cadran, qui va de 5 h à 13 h (de demi-heure et demi-heure) et entraîne l'impossibilité de lire le midi solaire en été. Ceci a également obligé à chercher la meilleure position du mât afin d'avoir un éventail d'heure le plus large possible, le mur mesurant près de 14 mètres de large sur 9 mètres de haut.

Les travaux concernant le cadran ne commencèrent qu'en 2012 avec l'usinage du mât en acier, haut de 12,380 m, large de 75 cm et pesant 3077 kg. Un cône évasé a été creusé pour y placer l'œillette. La pose du mât, du réseau métallique des lignes horaires et des arcs diurnes, fixé légèrement en avant du mur, a commencé en mai 2012 et fut achevée en juin 2012.

Le rendu était spectaculaire. Des photos prises au début du mois de juillet me parvinrent sans que je remarque tout d'abord quoique ce soit d'anormal, ébloui par ce magnifique cadran et son mât rouge (figures 1 et 2).. En particulier, l'heure solaire (photos prises vers 9 h solaire) semblait être cohérente avec l'heure légale. On parlait déjà d'inauguration... Mais en y regardant de plus près, je notais quelque chose de curieux : la tache de lumière était beaucoup « trop haute ». Le cadran étant muni d'arcs diurnes, il était facile de vérifier que l'arc hyperbolique du Lion, normalement parcouru par la tache le 23 juillet, était dépassé depuis longtemps alors qu'on était au début du mois !

Je demandais immédiatement d'autres photos et que l'on suive la tache de lumière du lever du Soleil jusqu'à la limite de fonctionnement. Même si le cadran ne pouvait pas encore indiquer midi solaire à cette époque de l'année, je calculais notamment à quel instant le bord latéral du mât devait recouvrir la ligne verticale de midi.

L'analyse de dizaines de photos prises début août 2012 (horodatées avec l'horloge parlante) révélait des problèmes très graves : à midi solaire, l'erreur était considérable (plus de 15 minutes) alors que l'heure était « assez » correcte vers 9 h. Mais passé 10 h 30, la situation se dégradait, comme elle se dégradait d'ailleurs avant 8 h. Pire encore, la tache de lumière éclairait le cadran sous un arc diurne, le cisailait, puis passait au-dessus ! En conclusion, le cadran était complètement faux. Ce qui n'était pas sans poser des problèmes techniques *a priori* insurmontables puisque le gigantesque mât était scellé dans le sol sur plusieurs mètres de profondeur, les lignes horaires en métal soudées entre elles et scellées au mur par de nombreux points d'ancrage. Quant à la municipalité, elle n'attendait que la date d'inauguration pour septembre... En décembre 2012, ceux qui doutaient encore que le cadran soit faux devaient se rendre à l'évidence (fig 3).

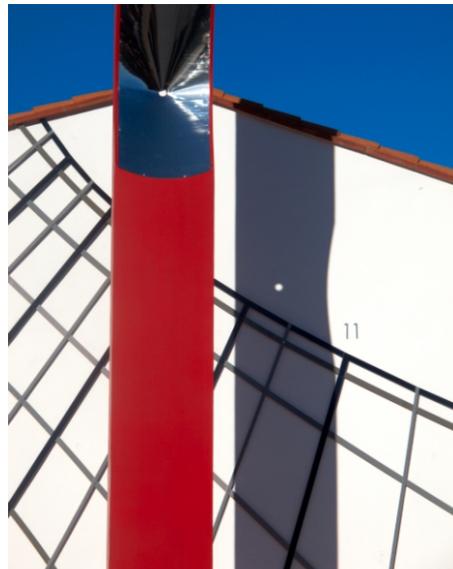


Fig 3 : Photo prise le 7 décembre 2012 à 9 h 23 m TL: c'est la meilleure époque pour montrer les conséquences de l'erreur sur l'origine des coordonnées. La tache de lumière est carrément sortie du réseau des lignes horaires alors qu'elle devrait être légèrement sous l'arc hyperbolique d'hiver. Le cadran est inutilisable malgré le rendu !

Dans ce genre de situation – assez stressante –, il faut, autant que faire se peut, garder la tête froide et progresser rationnellement en éliminant au fur et à mesure les causes majeures d’erreur. En d’autres termes, il faut tout reprendre à zéro : paramètres fondamentaux, calculs, mesures sur place. On peut en effet se tromper sur presque tout : sur le signe de la longitude, sur une erreur dans le calcul de l’azimut du Soleil lors du relevé de l’orientation du mur, dans le programme informatique qui calcule les coordonnées rectangulaires des lignes et des arcs, dans le report des points sur le mur, etc.

A la mi-août 2012, j’en arrivais aux conclusions suivantes :

- l’orientation mesurée du mur était correcte
- la distance mesurée *in situ* de l’œilleton au mur était correcte
- le calcul des coordonnées rectangulaires des lignes et des arcs était absolument exact<sup>2</sup>

Donc il y avait un problème dans la réalisation du tracé. Mais où et pourquoi ? Entre les calculs envoyés à l’artiste et l’exécution du cadran, il y avait deux intermédiaires, à savoir un « premier intermédiaire » qui convertit mes résultats pour une machine à découpe laser et d’autre part un « second intermédiaire » qui est chargé de fixer au mur les lignes horaires et les arcs.

L’observation minutieuse de la tache de lumière qui cisaille un arc révèle une première anomalie : l’ensemble du réseau a subi une translation latérale et/ou en hauteur. Autrement dit, l’origine des coordonnées, qui est la perpendiculaire à l’œilleton au mur, est décalée de  $\pm \Delta x$  et  $\pm \Delta y$  (figure 4). Dans un cadran à style polaire, cela équivaut à implanter le pied du style non pas au point de convergence des lignes, mais à un autre endroit. On a donc une erreur d’excentricité, assez difficile à détecter avec un cadran à œilleton. Il faut alors résoudre

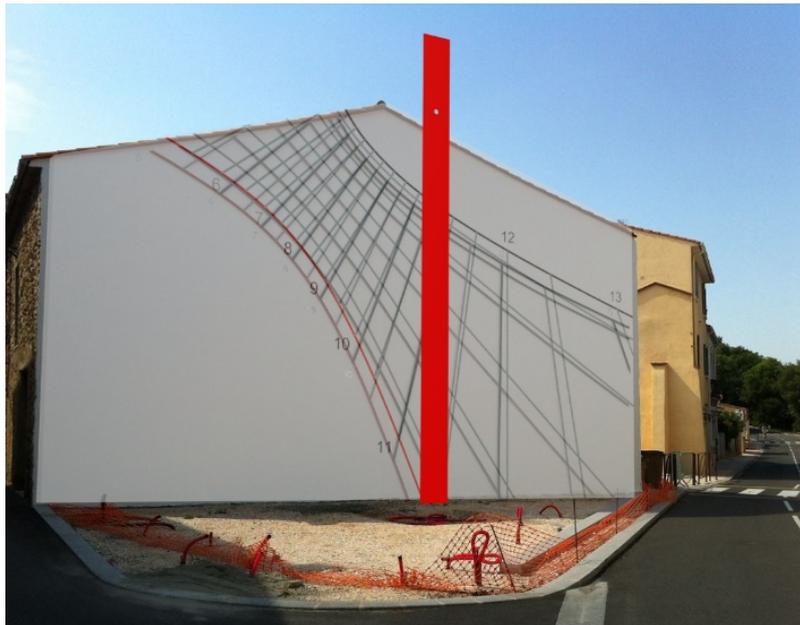
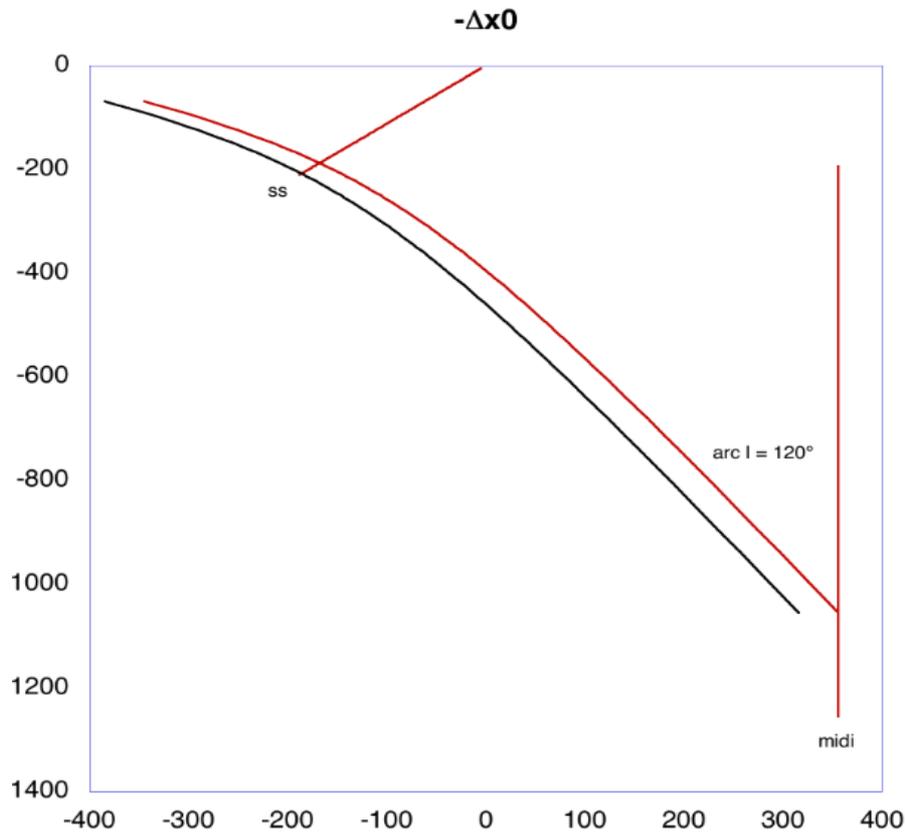


Fig 4 : Sur cette photo, on a superposé le tracé erroné et le tracé correct. On voit nettement la translation subie par l’ensemble du réseau horaire en hauteur et en largeur.

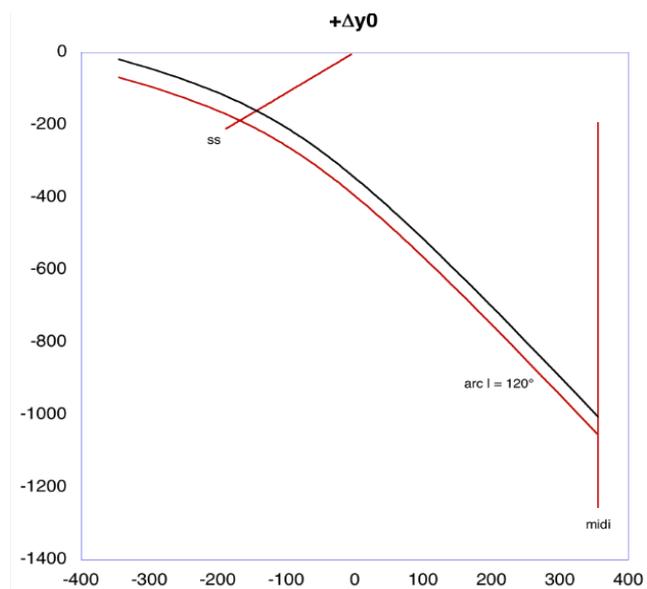
un problème : déterminer de combien l’origine des coordonnées rectangulaires a été excentrée. Il existe des quantités de possibilités ; on ne s’arrêtera que sur trois d’entre elles pour bien montrer ce qui se passe.

<sup>2</sup> Il s’agit des coordonnées rectangulaires  $x$  et  $y$  de l’extrémité d’un style droit (où  $a$  = distance œilleton-mur) calculées à partir du formulaire donné dans D. Savoie, *La Gnomonique*, Les Belles Lettres, Paris, 2007, chap. VII.

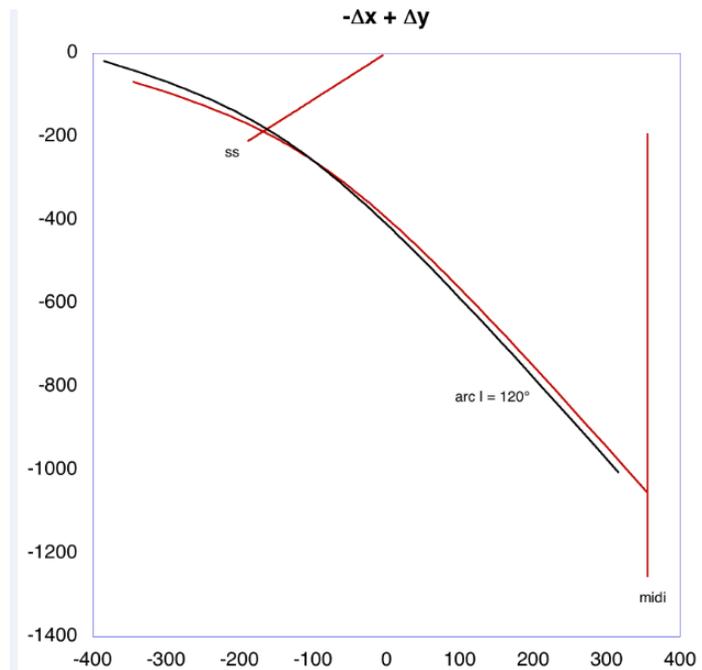
- 1) sur le graphique 1, on a représenté en rouge la ligne de midi, la sous-styloire et l'arc hyperbolique du Lion ( $\delta = + 20^\circ, 15$ ). En noir, on a tracé la courbe fautive en décalant l'origine de  $\Delta x = - 40$  cm : en noir est ce qui est tracé et en rouge ce qui se passe réellement (ou ce qu'on observe). On voit nettement que la tache de lumière (en rouge) est trop au-dessus de l'arc et qu'à midi solaire, il y a un retard considérable.



- 2) sur le graphique 2, on a décalé l'origine de  $\Delta y = + 50$  cm. L'erreur est nulle à midi solaire mais l'arc reste trop au-dessous de ce qui devrait être.



3) sur le graphique 3, on a décalé l'origine à la fois en  $\Delta x$  (+ 40 cm) et en  $\Delta y$  (- 50 cm), ce qui représente la situation observée à Sorède : la tache de lumière débute sous l'arc diurne, le cisaille et passe au-dessus. L'erreur à midi est considérable.



On conçoit facilement avec ce dernier exemple que démêler, à partir de positions de la tache de lumière, ce qui provient d'un décalage en  $\pm \Delta x$  ou en  $\pm \Delta y$  n'est pas *a priori* évident. Heureusement, la situation se simplifie à midi solaire et c'est à cet instant qu'il faut faire les mesures comme le montre le graphique 4 : en noir figure le tracé du cadran (erroné). Il suffit de suivre la tache de lumière projetée par l'ocillon (qui décrit l'arc en rouge) et à midi solaire réel de matérialiser la position de la tache. On mesure alors horizontalement la distance entre les deux « midis », ce qui donne le  $\Delta x$ , et verticalement la distance entre les deux intersections (arc faux et arc vrai) ce qui donne le  $\Delta y$ .

Mais les anomalies du cadran de Sorède ne s'arrêtaient pas là ! En vérifiant *in situ* le tracé, c'est-à-dire en mesurant la distance entre des intersections de lignes et d'arc (par exemple la distance séparant le point midi solaire avec le point 11 h solaire aux équinoxes), je découvrais avec effroi que les distances étaient fausses ! Ce qui veut dire que non seulement le réseau entier avait été mal positionné en raison d'une erreur sur l'origine des coordonnées, mais qu'en plus il avait subi une contraction !

Il n'y avait pas d'autre solution que de démonter tout le cadran (sauf le mât), puis de déterminer très précisément l'origine des coordonnées à partir du Soleil, seul juge en cas de litige : je calculais pour cela à quel instant la tache de lumière coupait l'axe des ordonnées et à quelle



Fig 5 : Photo du 13 mai 2013 : tout le cadran a été démonté. On matérialise la tache de lumière projetée par l'ocillon lorsqu'elle passe à la verticale du pied du style droit fictif

(axe des ordonnées).

distance elle se trouvait de l'origine. Par exemple le 29 avril 2013, la tache coupait l'axe des ordonnées à 9 h 35 m 16 s UT et devait se trouver à 302,8 cm sous le point origine (figure 5).

On remonta ensuite l'ensemble des lignes et arcs métalliques, en les scellant correctement et en respectant les valeurs que j'avais fournies...Ceci fut terminé juin-début juillet 2013 (figure 6). A l'heure où j'écris ces lignes, le cadran semble fonctionner parfaitement : non seulement on y lit l'heure à la minute près mais en plus la tache de lumière est bien positionnée.

*Remerciements à Gérard Baillet et Marc Goutaudier pour leur aide et vérification dans le calcul des dimensions de l'œilleton et le positionnement du réseau de lignes.*

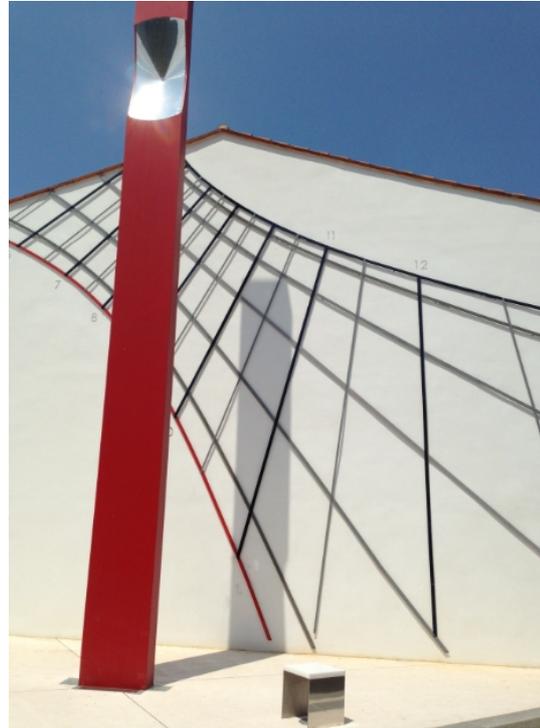


Fig 6 : Photo prise le 16 juillet 2013 à 1 h 08 m temps légal. La tache de lumière (près de la ligne 11 h solaire) est correctement positionnée.



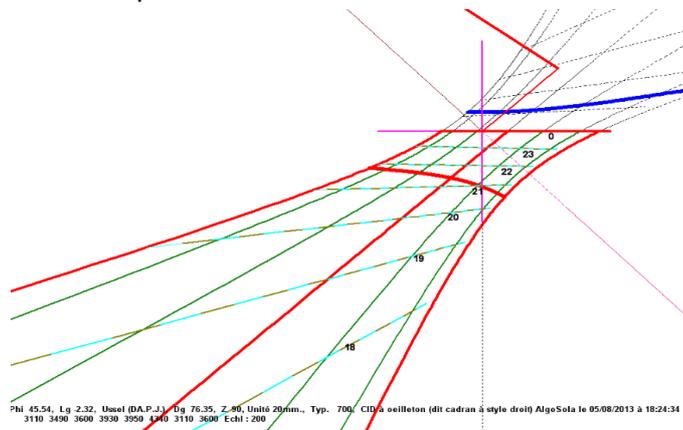
## Projet de cadran à Ussel

J-P.Dallet a conçu a un cadran pour la mosquée d'Ussel. L'imam est enchanté.

Heures : de 0 à 24 à partir du couchant. (heure du Maghreb)

Prière : ASHR (milieu de l'après midi), Maghreb (couchant), ISHA (crépuscule astronomique)

Pour la réalisation : Il faudra que la communauté trouve des volontaires.



PHI 45.54, Lg 2.32, Ussel (D.A.P.), Lg 76.25, Z 46, Unité 20 mm., Typ. 700, CLE œilleton (dit cadran à style droit) AlgeSola le 05/08/2013 à 18:24:34  
3110 3490 3600 3930 3950 4340 3110 3600 Echel : 200



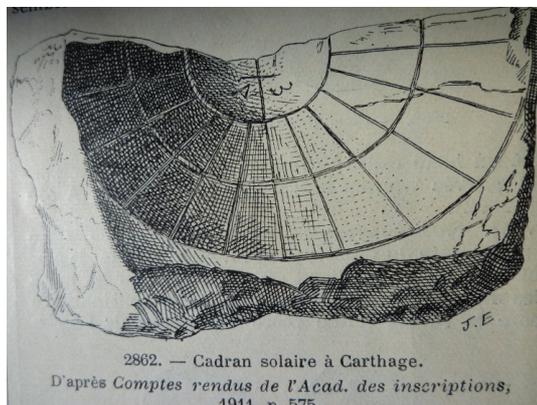
## Cadran d'Afrique byzantine du VI<sup>e</sup>

Denis SCHNEIDER

*Enquête sur un cadran solaire chrétien et d'une table d'ombre de l'Afrique byzantine remontant à l'antiquité tardive, VI<sup>e</sup> siècle.*

### Le cadran solaire

En recherchant, à la rubrique « chrisme », dans le Dictionnaire d'*Archéologie Chrétienne et de Liturgie*, de Cabrol et Leclercq, je remarquais le dessin d'un cadran solaire trouvé à Carthage dans les dépendances de la basilique Damous-el-Karita et dont le commentaire soulignait la présence d'une croix monogrammatique, non confirmée par le même dessin (Ph.1). Ne l'ayant pas vu dans la thèse de Jérôme Bonnin, je le lui signalais. Il lui avait consacré la fiche n°A 268 dans le catalogue archéologique occidental (Tome III). Sur cette fiche, un autre dessin et des photos révélaient cette fois la fameuse croix monogrammatique.



2862. — Cadran solaire à Carthage.  
D'après *Comptes rendus de l'Acad. des inscriptions*,  
1911, p. 575.

Photo 1

Dans la thèse de J. Bonnin, il existe aussi, sur un fragment de couvercle de sarcophage, au Musée Pio Cristiano du Vatican, une représentation iconographique de cadran solaire plan vertical dièdre (Ph.2) dans un contexte chrétien, celui d'une scène de banquet à caractère eucharistique ou mieux sans doute celle du miracle de la multiplication des pains (en discussion avec Christophe Schmidt), mais il s'agit d'un cadran solaire gréco-romain, civil, de la fin du III<sup>e</sup>-début IV<sup>e</sup> siècles.



Photo 2

Le cadran que nous allons étudier, plus tardif, est daté du VI<sup>e</sup> siècle (Colonia Justiniana Carthago), débordant du cadre de l'Antiquité gréco-romaine pour se situer dans celui de l'Antiquité tardive, je me proposais, avec l'accord de Jérôme, de pousser l'étude et surtout de l'inscrire dans son contexte de réalisation en Afrique chrétienne, non pas romaine mais byzantine, ainsi que dans son contexte de découverte pendant la période coloniale. Du coup, l'envie me prit de revisiter pour une autre fois les cadrans chrétiens de Palestine, toujours pour cette même époque byzantine (Ph.3).

Entre les cadrans gréco-romains étudiés par Jérôme et les cadrans médiévaux, ces cadrans de l'Antiquité tardive étaient-ils le maillon intermédiaire ou simplement un emprunt de la chrétienté à la civilisation gréco-romaine ? Cette notion d'Antiquité tardive est née avec le constat fait par les historiens que la culture de l'Antiquité gréco-romaine n'a pas disparu d'un coup avec la chute de l'Empire romain d'Occident, en 476 de notre ère. C'est la période charnière, à cheval sur l'Antiquité et le Haut Moyen-Age (de la fin du III<sup>e</sup> jusqu'à la fin du VII<sup>e</sup> siècle).



Photo 3

Voyons rapidement la naissance de l'Eglise d'Afrique. Carthage était une ville punique (colonie phénicienne) et le romain Scipion battit le peuple punique en 140 avant J.C. La ville est alors rayée de la carte et ne renaîtra qu'aux premiers siècles de notre ère par ceux qui l'avaient détruite. Carthage, capitale de l'Afrique romaine, la 2<sup>e</sup> Rome, vit le christianisme s'y enraciner à la fin du II<sup>e</sup> siècle avec aussi la naissance du schisme donatiste lié aux catholiques ayant apostasié lors des persécutions de Dioclétien. Cette communauté chrétienne africaine va influencer profondément l'Occident chrétien et les plus illustres figures du christianisme sont des Africains : Tertullien, Cyprien, Augustin (Ph.4). En 439, les Vandales (peuple germanique arien) renversent le pouvoir romain de Carthage avant que les Byzantins ne reprennent la ville un siècle plus tard (533).

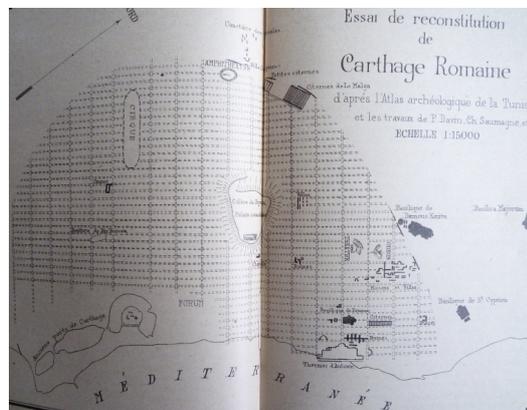


Photo 4

Du même coup, on voulut faire disparaître l'Eglise officielle instituée par les Vandales et l'arianisme (« hérésie » affirmant la part principalement humaine du Fils de Dieu) ne subsista qu'à l'état sporadique avec la question du traitement à réserver aux prêtres ariens, privés du culte mais qui s'étaient associés aux tribus rebelles. Si le premier christianisme africain sous occupation romaine fut donc occidental, le deuxième, sous occupation byzantine, faisait partie des conquêtes de l'Empire romain d'Orient par Justinien (Ph.5 et 6) ; la vie de l'Eglise d'Afrique fut néanmoins toujours tournée vers la Tradition. Un des caractères du christianisme africain, c'est un profond attachement à l'orthodoxie au point que ces populations ne pouvaient pas même supporter d'entendre le nom d'hérésie.

Lorsqu'en 534 les Pères du concile de Carthage se félicitèrent de voir enfin restaurer les antiques traditions de l'Eglise, ils ne se doutaient pas que 10 ans plus tard, l'Empereur Justinien condamnerait 3 des textes jadis approuvés au concile de Nicée. L'Eglise d'Afrique entra en résistance contre l'empereur et contre le pape mais la lassitude l'emporta et la chrétienté y prolongeait désormais une existence languissante. En 698, la conquête musulmane s'empara de Carthage qui devint une vaste carrière de marbre pour le développement de Kairouan puis de Tunis.



Photo 5

Examinons maintenant le contexte historique et politique de la découverte de la Carthage chrétienne au XIX<sup>ème</sup> siècle :

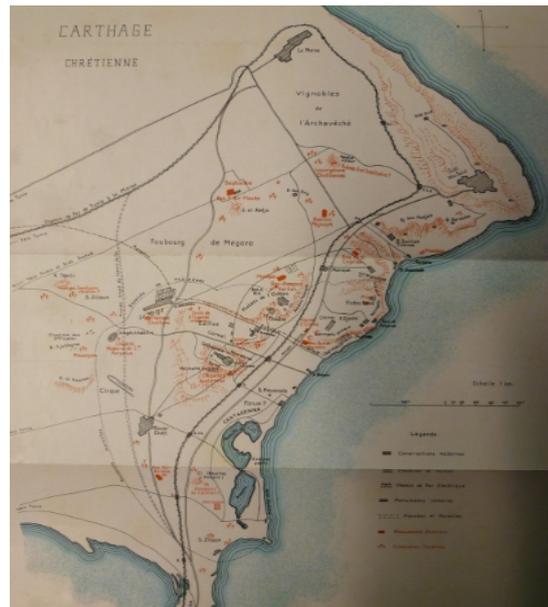
Le futur archevêque de Carthage et futur cardinal de Tunisie, Charles-Martial Lavignerie fonde en 1868 la « Société des

missionnaires d'Afrique », les Pères Blancs (Ph.7). Il nomme l'un d'eux, le Père Louis-Alfred Delattre, desservant de la chapelle Saint-Louis de Carthage ainsi nommée en souvenir de la mort du roi sous les remparts de Tunis lors de la 8<sup>e</sup> et dernière croisade. Lavignerie lui confie aussi la mission de découvrir les restes du passé chrétien à Carthage avec l'espoir qu'elle devienne la capitale de la Tunisie nouvelle. Delattre ouvre les premiers chantiers de fouilles en 1878 ; les premiers vestiges trouvés sont puniques et la même année est découvert le premier cimetière chrétien de Carthage, celui de Damous-el-Karita sans doute le sanctuaire le plus vénéré (Ph.8). L'arrivée des Pères Blancs avant



▲ Photo 6

Photo 7 ▼



l'invasion de la Tunisie par la France constituait une opportunité pour Delattre en lui assurant une position plutôt avantageuse sous le Protectorat français à partir de 1881. Delattre était archéologue autorisé mais nonofficiel et Lavigerie envoya une lettre à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres en 1881 qui affirmait que le Père Delattre se trouvait en pointe de la recherche archéologique.



Photo 8

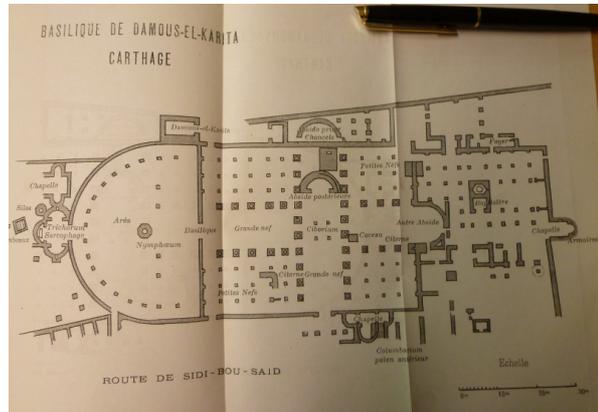


Photo 9 ►

Avec l'archéologie, surtout l'archéologie romaine, que ce soit dans sa version laïcisée ou avec l'ajout christianisé, le mythe du retour à la civilisation romaine et au christianisme ancien servait à la justification de la colonisation aux côtés des religieux. Archéologie de l'identité, miroir et carrefour des passions en France avec une véritable polarisation en 1903-1905 au moment où se préparait la séparation de l'Eglise et de l'Etat.

En reprenant en 1911 les fouilles de la très importante basilique Damous-el-Karita qu'il fouilla des années durant (Ph.9), le Père Delattre trouva, au sud de la basilique, dans les dépendances de celle-ci, ce fameux cadran solaire de section sphérique et donc à heures temporaires. Il portait une croix monogrammatique accostée de l'alpha et de l'oméga mais il y trouva aussi un cadran solaire à double face et plusieurs autres fragments de cadran. Non loin de là un alphabet latin gravé dans la pierre a été trouvé révélant peut-être la présence d'une école où les oblats de la

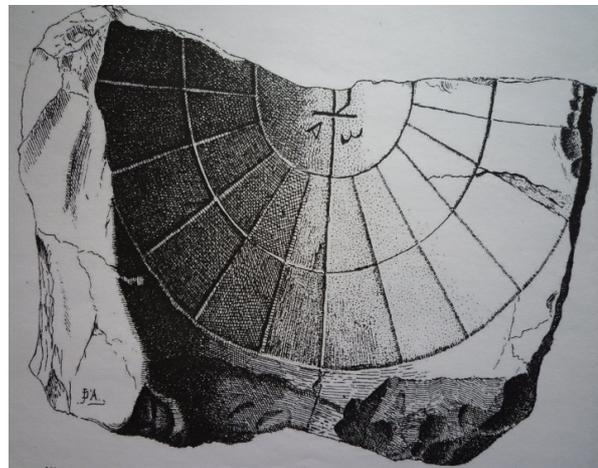


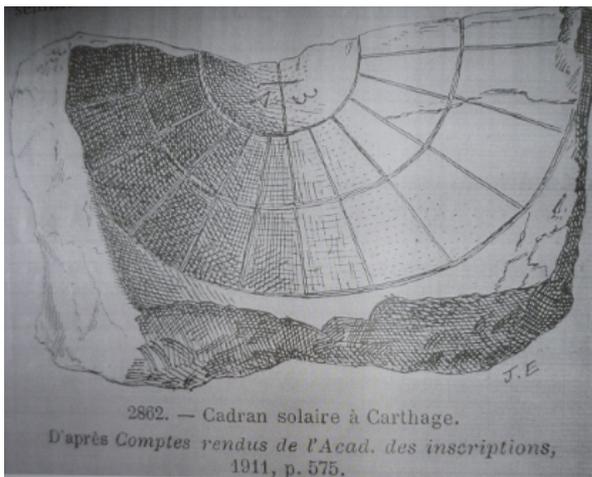
Photo 10

basilique étaient éduqués. Ce cadran fut dessiné, pour les comptes-rendus de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de 1911 par le marquis Jules d'Anselme de Puisaye, collaborateur laïc de Delattre (Ph.10).

Deux ans plus tard, en 1913, le Tome III du Dictionnaire d'Archéologie chrétienne et de Liturgie contenait un dessin de ce même cadran, signé J.E.(Ph.11). Un « détail » y manquait par rapport au dessin antérieur ; il manquait l'arrondi sur la droite en haut de la croix (P, rhô grec) alors que le texte recopiait l'expression « croix monogrammatique » ! (Ph.12 et 13). J'étais déjà surpris que ne figure pas le X (Chi grec) mais en consultant

l'universitaire Eric Foulon, il m'apprit que la croix monogrammatique sans le Chi n'avait pas de sens et qu'il fallait considérer le Chi présent mais redressé ou basculé, les branches de la croix s'y superposant. J'en profitais pour lui demander pourquoi l'alpha était en capitale et l'oméga me paraissait en minuscule : oméga, quand il est écrit en caractère aussi gros que l'alpha capitale, est une majuscule. Une égyptologue me confirma que cette croix monogrammatique pouvait être rapprochée de la croix ansée des Egyptiens, via les Coptes.

On aurait donc une représentation assez classique de la croix monogrammatique bien qu'à partir de l'époque byzantine on puisse voir des ornements augurant une forme hybride du chrisme voire de simples croix à leur place. La présence des 3 courbes de déclinaison, bien que fantaisistes, démontre certainement dans l'esprit des commanditaires la préoccupation d'un pouvoir lié au savoir antique dont l'artisan a perdu le savoir-faire, à moins que ce ne soit la dérive du calendrier julien qui rendit ces courbes problématiques (dérive de 5 jours en 600 ans). Les dimensions du cadran sont très modestes et devaient faire 15x20cm. Il est en grès et non en marbre comme beaucoup de sculptures à Carthage. Enfin, quel dessinateur se cachait-il derrière les initiales J.E., dessinateur occasionnel car n'ayant illustré dans le Dictionnaire que la rubrique consacrée au chrisme ? Selon une conservatrice de bibliothèque universitaire, ce livre « récent » d'un siècle n'avait pas encore retenu l'attention des chercheurs ; malheureusement les éditions L.Letouzey, toujours en activité, ne peuvent garder toutes leurs archives.



2862. — Cadran solaire à Carthage.  
D'après *Comptes rendus de l'Acad. des inscriptions*,  
1911, p. 575.

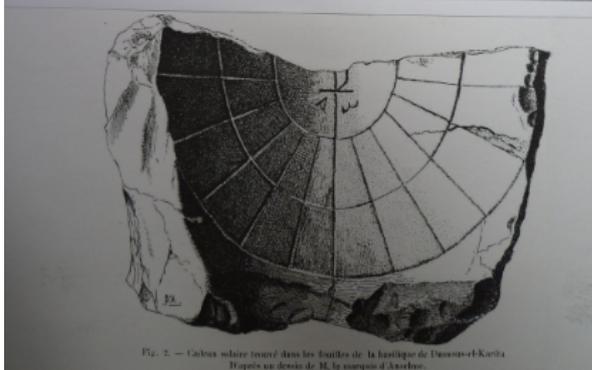


Fig. 2. — Cadran solaire trouvé dans les débris de la basilique de Damos-el-Karita.  
D'après un dessin de M. le comte d'Ardenne.



◀ Photos 11 (ci-contre)

Photo 12 (en haut)

Photo 13 (dessous) ▲

Le cadran solaire chrétien du VI<sup>e</sup> siècle de Damos-el-Karita révèle bien une orthodoxie, si chère à la majorité des chrétiens d'Afrique et nous verrons une autre fois qu'en

Palestine les cadrans solaires chrétiens de l'époque byzantine reflètent peut-être une moindre cohérence dogmatique du fait que l'Eglise d'Orient était entachée de monophysisme (doctrine affirmant la nature exclusivement divine du Christ). Pour l'ensemble de ces cadrans, je pencherais davantage pour l'emprunt de la chrétienté au monde gréco-romain plutôt que pour un maillon intermédiaire avec le Moyen-Age dans l'entrée duquel on quitte l'influence du bassin méditerranéen pour se centrer sur l'Europe continentale.

Deux mille ans après l'appel répété de Caton l'Ancien au Sénat romain, « Delenda est Carthago » (Il faut détruire Carthage), a répondu le cri des archéologues « Il faut sauver Carthage ». Les fouilles, même mal conduites, ont permis d'exhumer ce cadran, exemplaire unique de la gnomonique chrétienne africaine ; sans nous apprendre s'il servait aussi à déclencher les Heures canoniales dont le cursus était déjà fixé, il nous a permis de nous plonger dans les ambiances très particulières de son époque et de sa redécouverte.

### La table d'ombre

Après vous avoir parlé du seul cadran chrétien africain connu, j'aimerais vous entretenir de la seule table d'ombre africaine connue, toujours dans la même période byzantine et à 250km au sud-ouest de Carthage, l'actuelle Haïdra. C'est le conservateur du Musée du Kef, Mohamed Tlili, qui m'a rappelé l'existence d'un article paru en 2004 « Un évêque horloger dans l'Afrique byzantine : Hyacinthe d'Ammaedara » de F.Baratte et F.Bejaoui.

C'est lors de la fouille de l'abside et du chœur d'une petite église de la citadelle justinienne, en 1996, qu'ont été trouvés 6 fragments jointifs d'une plaque dont on n'a retrouvé que la partie inférieure se terminant par une souscription faisant connaître, en latin, le commanditaire et donc sa datation, la seconde moitié du VI<sup>ème</sup> siècle, comme le cadran de Damous-El Karita (Ph.14): « Sur les instances de monseigneur l'évêque, notre père Hyacinthe, j'ai fait fabriquer (ceci) à Carthage, dans le quartier de la citadelle, chez Placidiana Fatia »



Photo 14

L'analyse des fragments révèle qu'il s'agit d'une table d'ombre avec la disposition classique, sous chacune des

arcades, d'un double dispositif réparti en 2 colonnes sur 6 lignes, (h)or(a), P(e)d(es) et à la 6<sup>ème</sup> heure, Sol(a). La première colonne porte les heures regroupées 2 à 2 en fonction de leur durée, avec la 6<sup>ème</sup> heure seule.

La deuxième colonne porte les longueurs de l'ombre exprimées en pieds ; il s'agit donc d'un tableau de correspondance. On connaît l'existence d'une quarantaine de tables d'ombre dont l'origine semble se situer en Grèce vers le IV<sup>ème</sup> siècle avant J.C. en se répétant quasiment telles quelles sur plus de 15 siècles. Elles ont un caractère primitif avec des calculs arithmétiques ne tenant pas compte de la latitude. Celle d'Ammaedara (Ph.15) fait partie des moins précises puisqu'elle ne tient pas compte des signes du zodiaque mais des mois placés

dans une fausse symétrie. Le rapport est assez simpliste entre les heures et les longueurs d'ombre : on observe pour la 6<sup>ème</sup> heure une diminution d'un pied de mois en mois de janvier à juin puis une progression symétrique de juillet à décembre. A l'intérieur de chaque mois, la progression est identique de la 6<sup>ème</sup> heure à la 11<sup>ème</sup> heure comme de la 6<sup>ème</sup> à la 1<sup>ère</sup>: 1 ;2 ;3 ;4 ; (5x2).

L'utilisateur mesure sa propre ombre avec ses pieds et se réfère ensuite au tableau de correspondance (on estimait qu'il y a d'un individu à l'autre un rapport très proche entre la longueur de son pied et sa taille, soit 1/7).

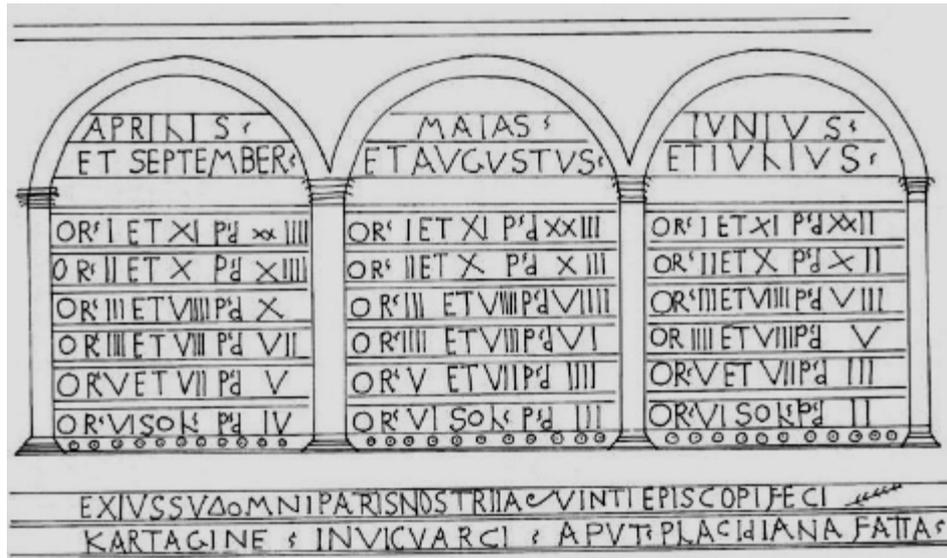


Photo 15

On peut voir dans la partie inférieure droite un énigmatique cercle qui fait penser à ceux qu'on trouve sur les cadrans arabes et dont le rayon est égal à la taille du gnomon et ceci en cas de perte de ce dernier. Ici, on se perd en conjectures quant au sens de ce cercle.

En conclusion, dans l'Afrique byzantine, le clergé chrétien utilisait le cadran solaire comme la table d'ombre mais on ne sait si c'était à des fins culturelles.

Remerciements aux photographes :

- ° Photo 2 : cliché J.Bonnin.
- ° Photo 3 : cliché S.Adam.
- ° Photos 12 et 13: clichés J.Fathi.
- ° Photos 14 et 15: cliché et croquis de F.Baratte et F.Bejaoui.





## Déchiffrement

Jean Scordia

*Cette étude est une véritable "boîte à outils" pour déchiffrer<sup>1</sup> ou décrypter<sup>2</sup> quelques cadrans et inscriptions anciennes.*

Suite à la lecture du numéro 27 de *Cadran Info*, dans lequel sont écrites quelques lignes sur la graphie ancienne du chiffre 4 et la traduction en clair de la devise d'un cadran de Regensburg (Allemagne), j'ai relu des notes glanées dans des livres ou prises après l'observation de cadrans solaires et d'inscriptions séculaires.

Parallèlement à l'évolution de la langue parlée, l'écriture a également évolué (suivant des lois découvertes par les grammairiens et les linguistes). Cela s'explique par la biomécanique, la loi du moindre effort, les fautes de mémorisation, les erreurs de transmission d'une génération à l'autre, etc. Le passage de l'écriture avec les lettres séparées à celle aux lettres liées longilignes entraîne des modifications.

Il n'y avait pas de norme officielle pour l'écriture, pas de dictionnaire français (l'Académie française fondée en 1634- 35 publiera le premier dictionnaire 60 ans plus tard), pas de grammaire officielle (celle de l'Académie paraît seulement en 1932 !). Les autres grammaires enregistraient l'usage sans corriger les tournures fautives.

Par rapport à aujourd'hui, il y a une **orthographe** parfois phonétique (par ex. « *babiloniques* » ; « *avtonne, hyver* » : cf. *C.I. n° 25 p. 12*), des lettres (des consonnes) en plus, des lettres interchangeable (**U** = U arrondi en bas ou V pointu en bas -« *DIERVM* »-; **I** = I qui s'arrête à la ligne ou **J** - *IUDAICAE*- dont la boucle du bas du I descend sous la ligne), l'absence d'apostrophe dans « *LAN* » par exemple. Le **s** minuscule (ſ), qui ressemble au **f** moderne, en début et au milieu d'un mot, est tracé à la fois au-dessus et au-dessous de la ligne horizontale : «... *menſes ſcribuntur* ...» -cf. *C.I. n° 27 p. 99*-. Le **δ** est penché à gauche. Il existe des abréviations qui ont quasiment disparu de nos jours : **MRE** (*Missire*), **FA** (*Fabrique = équivalent du maire dans une paroisse ancienne*), **V : D : ME** (*Vénéralle Discret Messire*), **IHS** (*Jésus*), **JMJ** (*Jésus Marie Joseph*), **XPS** (*Christ*), **.I C X.C** (*Jésus-Christ*), **DOM** (*Deo Optimo Maximo = Au Dieu Suprême*). L'ADN des inscriptions sur des édifices religieux. CQFD. L'uniformisation de la langue française ne se fera sentir qu'avec la Révolution, à partir de 1794. La **Graphie** des chiffres et lettres. En prenant comme repère la ligne verticale, certains chiffres et certaines lettres changent de position : les chiffres 2, 3, 4, 5, 6, 1, 9 ; les lettres N, S, par exemple, sont parfois inversées. Les deux principes sont leur **rotation** (de 90°, de - 90°, de 180°) et l'«effet de *miroir* ». En **Europe**, aux XV<sup>e</sup>, XVI<sup>e</sup> et XVII<sup>e</sup> siècles, on peut trouver des chiffres appelés arabes sous les formes suivantes :

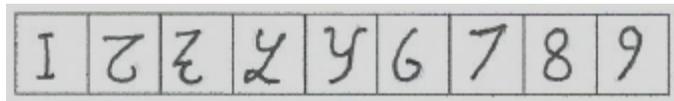
1 déchiffrer = traduire en clair, lire les chiffres ; le mot « chiffre » signifie au XV<sup>e</sup> siècle « écriture secrète », le nom viendrait de l'arabe « sifr » (zéro, vide).

2 de « *kruptos* » en grec = caché.

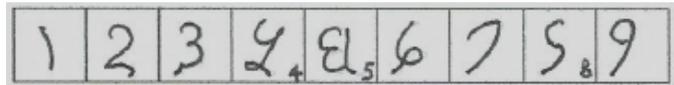
1	Z	Z	Z	i							U=11 manuscrite
2	z	Z	Z	~							
3	m	Z	Z	3							
4	2	S	S	4	ε	S	4				
5	Z	S	3	9	6	h	y				
6	2	9	G								
7	^	>									gothique
8	8	8	∞	∞	∞						
9		e		6			y				
10	gothique	λ									

° **Chiffres** présents dans un codex célèbre, **daté 976**, le « *Côdice Vigilano* » (monastère de Santo Domingo de Silos, en Espagne) :

Le zéro n'est pas encore présent !



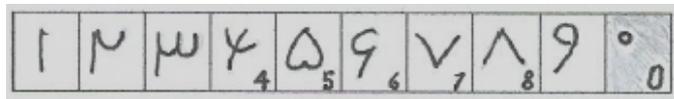
° **Chiffres arabes d'Orient** (vers le début du IX<sup>e</sup> siècle) :



° **Chiffres arabes d'Occident**, au Maghreb, après rotation de 90°

Chiffres indiens à l'origine:

0=0, 4=4, 8=8



Pour déchiffrer les cadrans, astrolabes, quarts de cercle, sphères célestes **arabes**, il faut connaître une troisième écriture : la numération alphabétique. La graduation en heures peut être remplacée par les *degrés* d'angle (cf. un cadran de la *mosquée des Omeyyades* à Damas, en Syrie : C.L n° 25p. 100). [ *Ma graphie arabe n'est peut-être pas rigoureuse mais ce n'est pas du charabia - mot qui serait d'origine espagnole et qui signifiait « la langue arabe »* ]



1=1	ب 2	ج 3	د 4	ه 5	و 6	ز 7	ح 8	ط 9	ي 10
a	b	g	d	e	w	z	h	t	y

ك = 20	ل 30	م 40	ن 50	س 60	ع 70	ف 80	ص 90
k	l	m	n	s	c	f	s



I = 1	⏏ = 5	Δ = 10	⏏̄ = 50	H = 100	⏏̄ = 500	X = 1000
-------	-------	--------	---------	---------	----------	----------

° **La Numération "ionique"** : pour simplifier, ce sont des lettres de l'alphabet suivies d'un accent. S'il y a deux lettres, seule la dernière porte l'accent. A noter que le 6 est une lettre particulière :

α' = 1	β' = 2	γ' / Γ = 3	δ' / Δ = 4	ε' / E = 5	S / F = 6	Σ = 6 copte
ζ' Z = 7	η' H = 8	θ' / Θ = 9	ι' I = 10	Ια' / I = 11	Ιβ' = 12	

[ Hypothèse : π/P = Prima ; τ/T = Tercia ; Ν/γ = Nona ; Β/Κ = Complementarium ]

Sur un cadran solaire irlandais, de 1834, figure en grec ancien la date :

X ⏏̄ ΗΗΗΔΔΔΙΙΙΙ.

Pour en revenir à notre écriture française ancienne, signalons que les lettres et chiffres ont fréquemment des hauteurs **inégales** ; on note le **mélange** de minuscules et de majuscules, de chiffres arabes et romains (devises, heures). Le zéro/o ancien est petit et rond, ensuite le haut et le bas s'aplatissent, finalement le **O** s'ovalise. Le 1 (un) manuscrit est parfois un **i**, le **11** un N inversé, le 4 exceptionnellement un sept moderne renversé. Un 1 renversé est visible au Musée des Arts Décoratifs (Louvre), sur un tableau de Desmarest - Versailles - intitulé « Mécanique » (1739) : il porte dans les



angles une horloge et des instruments de mesure, et en bas une petite plaque de céramique avec une inscription.

° Les **abréviations** : comme de nos jours, on abrège par suspension et par contraction d'une ou plusieurs syllabes ; on abrège au milieu ou à la fin d'un mot. Par contre nous n'abrégeons plus le début d'un mot. Le morceau coupé est remplacé soit par un point soit par une barre (« tildé » : -, Ω, ~, placée sur le reste qui précède : *par ex.* « ī » = in ; « mēsē » = mensem).

Une abréviation « tironienne », d'origine latine, consiste en un <sup>9</sup> mis en exposant à la fin d'un mot : « Domin<sup>9</sup> » = « Dominus » ; ce signe remplace la terminaison latine **-us**. S'il est placé en début de mot, il remplace le préfixe **con-** : « <sup>9</sup>tre » = « contre ». En fin de mot, ce signe s'étant renversé se transformera en apostrophe :

« HOROLOG<sup>6</sup> NOV<sup>V</sup> » (Horologium novum = *Nouvelle horloge*) [C.I. n° 25p. 55].

Cela ressemble un peu, visuellement, à l'abréviation ancienne de certains mois du calendrier : cette abréviation est phonétique ou bien étymologique (d'après le sens originel du mot). *Septembre* s'abrège en « 7<sup>bre</sup> », *Octobre* en « 8<sup>bre</sup> », *Novembre* en « 9<sup>bre</sup> » et *Décembre* en « 10<sup>bre</sup> ». C'était la bonne position de ces mois dans l'année tant que celle-ci débutait en mars ; donc, au dernier mois de l'année ( *Février* ), si celle-ci était bissextile, on ajoutait un jour. Mais tout changea en 1564. L'an 1582 provoqua aussi quelques confusions dans les esprits.

On trouve également :  $\text{¶} = \text{que}$  ;  $\text{§} = \text{et}$  ; Dns = *Dominus* ; F. = *Fecit/Fabrique/Fabricien*.

Le point final (•) est parfois au-dessus de la ligne, il peut remplacer le : (deux points) moderne et le ; (point virgule). La barre oblique / équivaut à une virgule (,).

Par contraction, par manque de place, une lettre ou un chiffre est parfois insérée dans une autre :

**D** pour DE ; **D** CASVM pour OCCASUM (*coucher*), lu sur un cadran de 1660 à Vénosc

en Isère ; **⑩** pour 10, lu sur un cadran de Saint-Malon-sur-Mer en Ille-et-Vilaine.

Au pluriel, on tend vers l'élision de l'avant-dernière consonne : « un moment, des momens » ; « *J'attendis encore quelques momens pour avoir une entière confirmation.* » (extrait de Joseph J. L. de Lalande, de juin 1761, sur le transit de Vénus, paru dans la revue *L'Astronomie* n° 51 p. 34).

Quelques éléments de paléographie et d'épigraphie aident à mieux lire les cadrans de plusieurs siècles. Il est paradoxal qu'il soit difficile, pour un homme « moderne », de déchiffrer une inscription ancienne, comme déjà à l'époque la grande majorité des personnes étaient incapables de la lire et la comprendre ! Finalement, les temps changent peu. Mais, « *Tous les outils sont là. Ces outils vont maintenant être mis eh œuvre* », déclarait jadis un quidam !

### Quelque documents consultés :

- ° *Lire le français d'hier* (Ed. A. Colin, 2003) ;
- ° *L'écriture en Méditerranée* » (Edisud, 2004) ;
- ° *La Calligraphie* (Ed. Place des Victoires, 2008) ;
- ° *Astronomie en terres d'Islam* (Burillier, 2006) ;
- ° *Une histoire de la science arabe* (Ed. du Seuil, 2011) ;
- ° la revue de la S.A.F. « *L'Astronomie* » ;
- ° le C.D. *Inventaires des cadrans solaires espagnols - nord du pays* - par P. Novella ;
- ° *Cadrans solaires de Bretagne* par J-P Comec et P Labat ;
- ° *Les cadrans solaires en Isère* par Mazard ;
- ° *l'inventaire des cadrans des Deux-Sèvres* par Guicheteau ;
- ° les sites internet sur la gnomonique (v.g. ceux de Comec et Lalos).

**AUTRES ILLUSTRATIONS**

Dessin de restauration d'un cadran brisé (1677) de la commune de **Plomodiern** (Finistère) : il porte les symboles d'une profession et une abréviation typique de la langue bretonne (**Ker - maison, chez-** est abrégé en **K** au début du patronyme **KERMAREC**). Inscription : « IESVS MARI :B : PROVEST / G KMAREC 1677 ».



Le cadran très ouvragé (1638) de **Saint-Samson** en Mayenne, à la longue inscription : « MICHEL LE bLANC AIESNE DE LA SANGVINIERE PbR LE 9 IES IVIN 1607 / AAGE DE 57 ANS MA FAICT EN LAN 1638 POVR ESTRE PLACE AV / PIGNON DE LA CHAPELLE FONDEE DV NOM DE IESVS OV EN / SONT LES INDVLGENCES ». \*L'abréviation **PbR** signifie peut-être **PREBENDIER**.



Cadran de **Quintanilla de Vadegovia** (1801) en Espagne, à la curieuse notation des heures :

IAIIAXII XI X II XII I II III IIIA IA

Un cadran "inea" rencontré dans l'album de *Tintin* « *Le Temple du Soleil* ». Evidemment, il ne porte aucune gravure de lettres ni de chiffres !



A Jérusalem, le cadran solaire de la Mosquée d'Omar (Dôme du Rocher) : les heures sont en chiffres arabes d'Orient : 5 → 12, 1 → 7.



Le cadran de Damas, gradué tous les 5 degrés et portant une numérotation alphabétique arabe du bas vers le haut : 15, 30, 45, 60, 75, 90.



J. S. Mai 2013

⇒ Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

° le fichier : "Déchiffrement J. Scordia.pdf" (version originale pour vérification des signes, symbole...)





## Cadran de Dardagny

Francis Tamarit

*Descriptions et petites histoires des cadrans de Dardagny, village situé au milieu des vignes, à l'ouest du canton de Genève, tout près de la frontière Française.*

### LE CHÂTEAU DE DARDAGNY

Dans la commune de Dardagny, tout le monde connaît le cadran solaire du Château, parce que ce dernier abrite la mairie et aussi l'école primaire du village. Tous les petits ont vu cet étrange dessin au mur avec un soleil un peu triste et un trou au milieu du nez. C'est un magnifique cadran carré qui mesure 1m30 de côtés. Malheureusement il a perdu son style, mais on voit très bien ses deux points d'ancrage. C'est une fresque datant de 1699 qui n'a probablement jamais été restaurée.

Comment expliquer une telle fraîcheur pour un cadran si ancien ? L'explication est simple...ce cadran se trouve dans la cage d'escalier du château. A l'origine, le château était constitué de deux bâtiments. Suite à une série de travaux et de transformations, c'est vers 1740 que le château trouve sa forme actuelle. Ce cadran n'a donc été exposé au soleil et aux intempéries qu'une quarantaine d'années.

La déclinaison de ce cadran est de  $+16^\circ$  (cadran de l'après-midi). Le tracé du cadran est tout à fait correct. Les heures sont marquées par des flèches dorées dont les pointes sont toutes dirigées vers le pied du style polaire. Je me suis



imaginé que le style avait lui aussi une pointe de flèche ce qui donnerait une image intéressante : l'ombre de la flèche du style pointant vers les flèches dorées de la table du cadran.

Les demi-heures sont marquées par des étoiles à 5 branches. L'étoile marquant 12h30 n'est pas tout à fait à sa place à cause du chiffre XII. La moitié de la bande à droite du cadran contenant les heures III, V et VI a disparu lors des travaux.

### LE DOMAINE DE LA PLANTA

La méridienne du Domaine de la Planta était tombée dans l'oubli. Lorsque je l'ai repérée il y a 20 ans, elle n'indiquait pas l'heure du passage du soleil au méridien de Dardagny. Son propriétaire savait qu'il s'agissait d'un cadran solaire. Il m'a confié que lors des travaux de restauration de sa maison, l'œilleton était tombé. Lorsqu'il l'a remis en place, il l'a fixé perpendiculairement au mur.

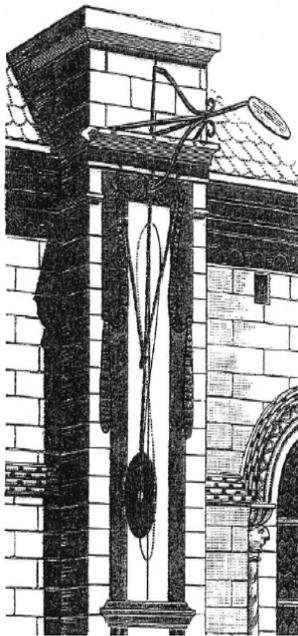
C'est une grande méridienne de 1m70 de haut gravée dans la chaîne d'angle de la maison, sa déclinaison est de +14°. Elle indique Midi Vrai mais aussi Midi Moyen à Dardagny, l'arc diurne des équinoxes a aussi été tracé. Ce type de tracé est unique à Genève.

La seule méridienne qui lui ressemble est celle que Jacques-André Mallet avait installé sur la Cathédrale de Saint-Pierre en 1778. Je n'ai aucune preuve historique concernant la création de cette méridienne.

Ce qui va suivre est le fruit de mes réflexions. L'astronome Genevois Jacques-André Mallet (1740-1790) part en Laponie avec son beau frère Jean-Louis Pictet en 1768 pour observer le passage de Venus sur le disque solaire. En 1772 il fonde le premier observatoire astronomique de Genève aux "Bastions de Saint-Antoine" au cœur de la vieille ville. A cette époque il emménage à Avully sur l'autre rive du Rhône en face de Dardagny où il vit jusqu'à sa mort.



Sa maison existe toujours, on peut y voir sur sa façade sud un cadran solaire restauré. Il y avait installé un petit observatoire et une partie de ses instruments sont exposés au Musée des sciences de Genève.



Voici quelques dates :

- Vers 1740 Grandjean de Fouchy trace une courbe en forme de "8" sur un cadran solaire à partir des tables de l'équation du temps établies par Flamsteed.
- En 1778 J.-A. Mallet installe une méridienne de temps moyen sur la Cathédrale de Saint-Pierre à Genève (image ci-contre).
- En 1821 le temps moyen de Genève est officiellement adopté.
- En 1886 Genève adopte l'heure de Berne.
- En 1894 la Suisse adopte l'heure de l'Europe Centrale.

Quand a-t-on pu réaliser une telle méridienne ? Avant 1740, la notion de temps moyen était peu ou pas répandue. Après 1886 cela n'avait plus de sens de graver dans la pierre une courbe en forme de "8" de midi moyen à Dardagny. Nous avons une fourchette d'un peu plus de 100 ans.

Qui a pu calculer et tracer une méridienne d'une telle précision à cette époque en pleine campagne Genevoise ? Je dois

dire que J.-A. Mallet est mon candidat favori.

Au mois de novembre 2011 nous avons décidé de restaurer cette méridienne. L'œilleton a été démonté, nettoyé, traité contre la rouille puis remis dans sa position d'origine. La courbe en forme de "8" gravée dans la chaîne d'angle a été peinte. En référence à la méridienne qui ornait notre Cathédrale, nous avons utilisé les mêmes couleurs : or pour la branche de l'hiver à l'été et noir pour la branche de l'été à l'hiver. Le responsable de la cave à vin m'a demandé de préparer un panneau explicatif qu'il a installé en bonne place.

## MAISON BERSIER

Un autre habitant de Dardagny m'a fait part de son désir d'installer un cadran solaire chez lui. Nous avons décidé de créer quelque chose de différent de ce qui existait déjà dans le village. Notre choix s'est porté sur deux



cadrans en angle gravés sur un cube de pierre.

Ces deux cadrans sont munis d'un style droit perpendiculaire à la table du cadran. On peut trouver ce genre de cadrans en Italie.

Leurs déclinaisons sont de  $-57^\circ$  (cadran du matin) et de  $+33^\circ$  (cadran de l'après-midi). A eux deux ils couvrent les heures vraies de 6 à 18 heures avec deux heures en commun 11 heures et midi vrai. En plus ils contiennent les arcs diurnes des équinoxes. Le tracé des lignes horaires tient compte des arcs diurnes des solstices d'été et d'hiver.

## GRANGE DU PRESBYTÈRE

Durant les travaux de ces cadrans en angle on m'a parlé d'un cadran solaire sur la maison d'en face non visible de la rue. Il s'agit de l'ancienne Grange du Presbytère sur laquelle j'ai trouvé un montage assez insolite. L'œilleton est monté sur un support en fer forgé pouvant pivoter sur des gonds et le long d'un arc de cercle plat en fer.

Aucune trace apparente sur le mur, mais en y regardant de plus près, il y a une trace très nette gravée au milieu de la chaîne d'angle sur une longueur de 1.3 mètres. La déclinaison de cette méridienne est très proche de  $0^\circ$  (plein sud)

Lors des travaux de rénovation de la maison, une dalle en béton a été coulée au premier étage. Pour cacher sa trace sur la façade, l'architecte y a placé une ceinture en pierre. L'œilleton a été démonté durant les travaux et remonté perpendiculairement au mur. Cette méridienne n'indiquait plus le passage du soleil au méridien de Dardagny. Sa restauration est en cours.



Je n'ai aucun renseignement historique sur cette méridienne inachevée. De toute évidence elle est postérieure à la méridienne du Domaine de la Planta. Le travail du fer forgé et riveté et les pas de vis faits à la main nous font penser qu'elle doit dater de la fin du 19<sup>e</sup>.

⇒  Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

° le fichier : Tamarit\_Dardagny\_01 (diaporama présenté à Genève en mai dernier)





## La méthode "Miraval"

Michel UGON

*Enquête sur la méthode utilisée pour le tracé de deux cadrans à Miraval, commune de Thuiles dans la vallée de l'Ubaye*

Dans la vallée de l'Ubaye, l'un des cadrans du hameau de Miraval, sis dans la commune des Thuiles, a été restauré en 2012 par Jean-François Gavoty qui a découvert et mis en évidence son ancien tracé en ayant eu la bonne idée de le photographier préalablement.

Dans ce même hameau de Miraval nous avons remarqué également les vestiges subsistant d'un autre cadran (voir figure 1) dont les tracés, encore bien visibles, utilisent la même géométrie, et dont la devise, presque disparue, était : "SOLI SOLI SOLI", comme celle de Château Queyras. Grâce à ces tracés conservés, on peut donc supposer que ces deux cadrans de Miraval ont été réalisés par le même cadranier à quelques années d'intervalle.



Figure 1: Le vestige de cadran à Miraval

Il s'agit d'une méthode de tracé approchée originale qui a le mérite d'être relativement simple, aussi lui avons nous donné le nom de "méthode Miraval", mais il faudrait rechercher si elle fut utilisée ailleurs...

En effet, contrairement aux méthodes classiques, elle ne nécessite ni la connaissance de la déclinaison du mur, ni celle de l'horizon du cadran, ni le point triple, ni le cercle des latitudes. On se doute que cette méthode simplifiée a des limites que l'on va déterminer en en recherchant sa précision.

Rappelons tout d'abord la situation géographique de ce hameau :

Latitude Nord ( $\varphi$ ): 44°24'01" # 44°,4

Longitude Est: 6°34'24"

La figure 2 reproduit, avec des repères, le cliché pris avant la restauration du deuxième cadran, sis sur une ancienne ferme, qui permet de retrouver cette méthode utilisée au milieu du 19ème siècle dans cette magnifique vallée de l'Ubaye pour des cadrans verticaux peu déclinants :

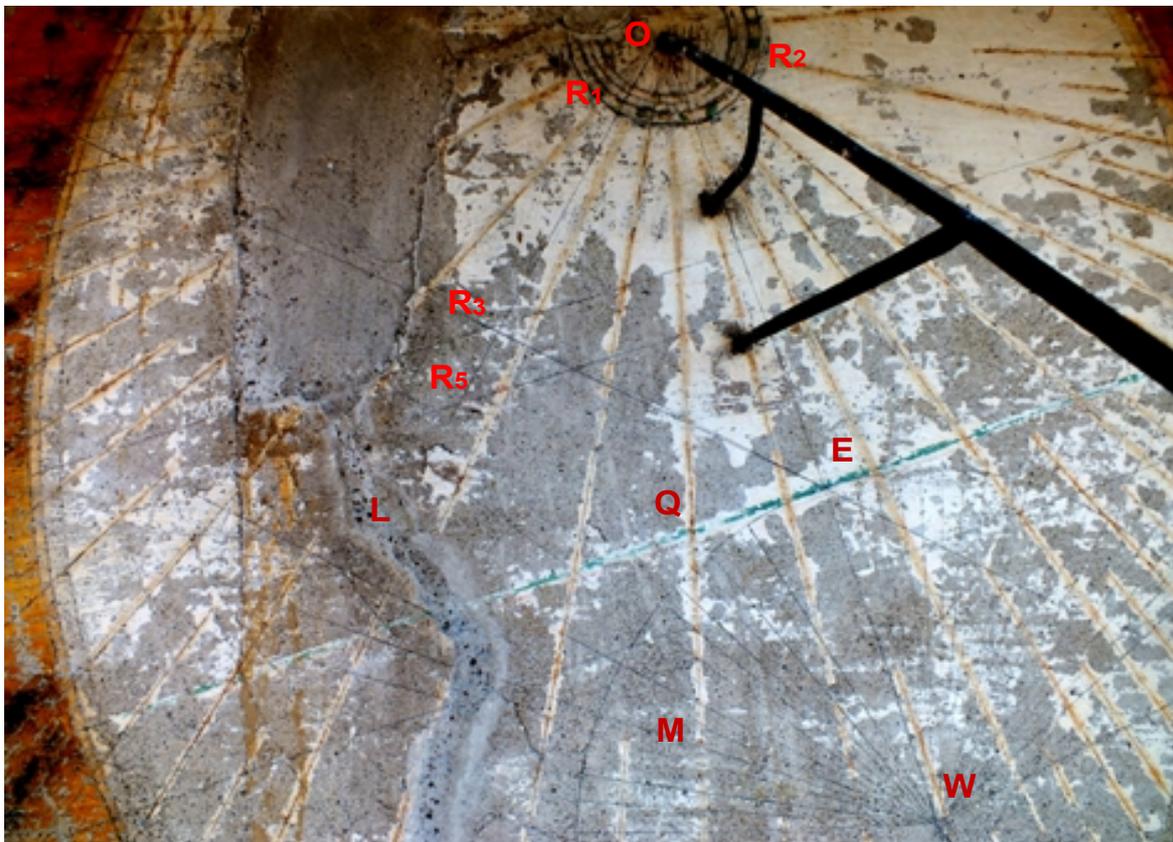


Figure 2 : Le cadran de Miraval avant sa restauration (cliché JF.Gavoty)

- 1) Fixation d'un style droit en O qui sera le centre du cadran.
- 2) Tracé de la verticale OM à l'aide d'un fil à plomb. Cette ligne verticale sera la ligne de midi du cadran.

- 3) Tracé d'une ligne OL telle que l'angle LOM soit égal au complément de la latitude du lieu ( $LOM = 90^\circ - \varphi$ ). Ici, le cadranier a dû prendre  $\varphi \neq 45^\circ$  pour simplifier, mais la construction fonctionne également pour une autre latitude avec une moindre précision.
- 4) A une heure donnée du matin, l'ombre du style droit coupe la demi-droite OL au point  $R_1$ , tracé d'un cercle de centre O et de rayon  $OR_1$ . (ce premier cercle est l'un des "cercles hindous").
- 5) Lorsque l'ombre de l'extrémité du style droit recoupe ce cercle en  $R_2$  dans l'après-midi, tracé du rayon  $OR_2$  et du segment  $R_1R_2$ .
- 6) Tracé du point  $E_1$ , milieu de  $R_1R_2$ .
- 7) Avec un style droit plus long, le cadranier a refait les opérations 4,5 et 6 aux mêmes heures, cela donne  $R_3R_4, R_5R_6, \dots$ , avec les milieux respectifs  $E_3, E_5, \dots$  etc. (voir nota 1).
- 8) Tracé de la sous-stylaire OE qui passe par la moyenne des points  $E_3, E_5, E_7$  etc. Cette sous-stylaire est donc la médiatrice des segments  $R_iR_{i+1}$  et aussi la bissectrice des angles  $R_iOR_{i+1}$  car les triangles correspondants sont isocèles. (nota 2).
- 9) La perpendiculaire à OL en  $R_3$  coupe la sous-stylaire en E (nota 3).
- 10) Tracé de l'équatoriale perpendiculaire à OE passant par E. Cette équatoriale coupe la ligne de midi verticale en Q.
- 11)  $E R_3 = EW$  donne le point W sur la sous-stylaire à l'aide d'un compas. W est le centre du cercle équatorial diviseur C tangent à l'équatoriale en E. (nota 3).
- 12) Tracé des angles de référence ( $15^\circ$  pour les heures,  $7,5^\circ$  pour les 1/2 heures,  $3,75^\circ$  pour les 1/4 d'heures) en partant du rayon WQ qui correspond à la ligne de midi.
- 13) Comme d'habitude, les points d'intersection des rayons du cercle diviseur avec l'équatoriale permettent de tracer l'éventail horaire du cadran.

On voit donc que pour les étapes 1 à 8, l'auteur du cadran a utilisé la méthode connue des cercles hindous pour obtenir directement la sous-stylaire, ce qui se justifie a posteriori par la déclinaison relativement faible du mur (voir mon article à ce sujet dans Cadran Info).

Comme il se doit, les étapes 9 et 10 permettent de tracer la droite équatoriale perpendiculaire à la sous-stylaire en E.

La méthode spécifique apparaît aux étapes 3 et 11 pour obtenir directement le centre W du cercle diviseur à partir du point  $R_3$  sur OL en traçant le rayon  $E R_3 = EW$  au lieu d'utiliser le cercle des latitudes, un point triple T et un triangle rectangle QWT dont l'hypoténuse QT s'appuie sur l'équatoriale. Avec cette méthode le cercle diviseur est tangent à l'équatoriale, et son diamètre est tel qu'il est entièrement contenu dans la table du cadran.

Ensuite, la méthode rejoint la construction classique de l'éventail horaire en traçant les divers rayons du cercle diviseur tous les  $15^\circ, 15^\circ/2, 15^\circ/4$ .

Le cadran est daté 1835 avec le nom de "FRANCOIS GARNIER" pour lequel il a dû être réalisé.

Ce tracé est donc plus simple que la méthode classique, mais le calcul (voir en annexe) montre que pour obtenir une erreur d'angle horaire inférieure à  $4' 20''$  sur un cadran vertical, il faut avoir une déclinaison gnomonique inférieure à  $30^\circ$ , ce qui est souvent le cas.



On a  $ER_3 = EW$

A1 - Les formules ci-dessous sont issues directement de la trigonométrie sphérique :

S étant l'angle horaire de la sous-styloire, on a :

$$\text{tg } S = (\sin i \cdot \sin D) / (\cos i \cos \varphi + \sin i \cdot \sin \varphi \cdot \sin D) \quad (\text{A1-1})$$

Avec :

i : inclinaison de la table du cadran (ici, la table est verticale  $i = 90^\circ$ ),

$\varphi$  : latitude,

D : déclinaison gnomonique du mur,

L'angle tabulaire S' de la sous-styloire est donné par :

$$\text{tg } S' = (\cos \varphi \cdot \sin D) / (\sin \varphi \cdot \sin i + \cos \varphi \cdot \cos i \cdot \cos D) \quad (\text{A1-2})$$

C'est l'angle tabulaire entre la sous-styloire et la ligne de midi.

Rappel :  $\beta$  étant l'angle "aérien" entre le style et la ligne de midi, on a :

$$\beta = \sin \varphi \cdot \sin i + \cos \varphi \cdot \cos i \cdot \cos D,$$

L'angle f entre le style et la sous-styloire est donné par (rappel) :

$$\sin f = \sin \varphi \cdot \cos i - \cos \varphi \cdot \sin i \cdot \cos D$$

A2 La construction

Dans cette construction  $\pi/2 - \varphi$  est pris à la place de f ce qui entraîne une erreur sur l'emplacement du centre du cercle diviseur  $\Delta W$ , telle que  $\Delta W = OE(\cos \varphi - \sin f)$  ; dans le triangle OQE, on a :  $QE = (OE + \Delta W) / \text{tg } S = CE \text{ tg } S' = EW \cdot \text{tg } S' / \sin \varphi$  et dans le triangle W'QE :  $QE = EW \text{ tg } (S + \Delta S)$ .

d'où :  $\text{tg } (S + \Delta S) = \text{tg } S' / \sin \varphi$ , soit en tenant compte de A1-2 :

$\text{tg } (S + \Delta S) = \sin D \cdot \cos \varphi$	(A2-1)
---	--------

A3 - La précision

Pour  $\varphi = 44,4$  à Miraval et en prenant la formule A2-1 pour faire varier D, on obtient le tableau de valeurs suivant :

D°	10	12	14	16	18	20	25	28	3
$\Delta S(\text{min})$	0,08	-0,02	-0,17	-0,39	-0,69	-1,07	-2,39	-3,48	-4,33

Ici  $\Delta S$  est exprimé en minutes décimales.

On voit que tant que la déclinaison du mur est inférieure ou égale à  $30^\circ$ , la méthode "Miraval" n'entraîne pas d'erreur supérieure à 4 minutes 20 secondes. C'est sans doute la raison du succès de cette méthode dans la vallée de l'Ubaye.





## INFORMATIONS DIVERSES



### ° Dernières réalisations ou découvertes

#### - de Didier Benoit

Cadran solaire vertical plan déclinant SUD/EST pour une enseigne commerciale située au n°1 de la rue Jules Guesde à Carmaux (nouvel atelier de D. Benoit).

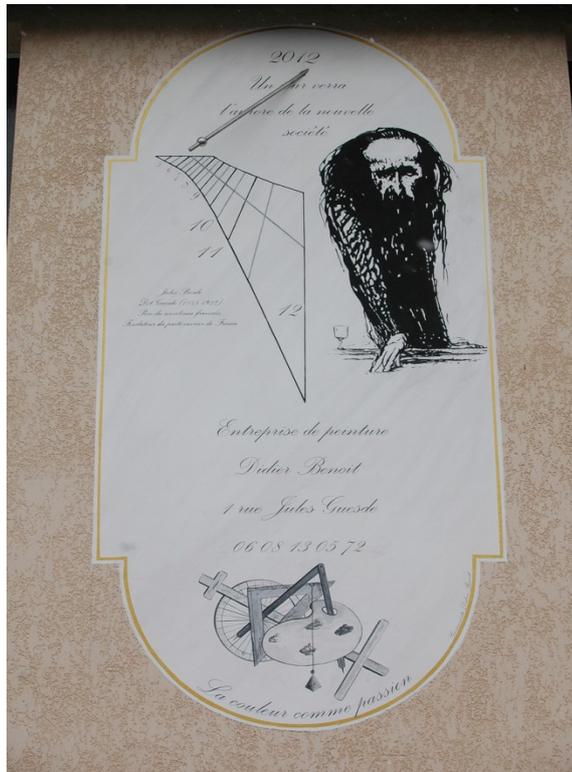
Ce cadran du matin donne les premières heures d'ensoleillement de la journée.

° Devise française : Un jour verra l'aurore de la nouvelle société.

° Techniques : support fait d'un enduit de chaux. Peinture minérale de technique B du fabricant allemand « KEIM ». La facture du style polaire est en inox massif, de même que celle du style droit représentée par la boule obtenue par usinage mécanique.

° Le thème : Hommage à Jules Guesde (1845–1922), théoricien et apôtre inlassable du socialisme, qui donne son nom à la rue.

° Le dessin : Caricature de Jules Guesde orateur tirée de la biographie de Claude Willard « Jules Guesde l'apôtre et la loi ». A travers cette image austère, se révèle le portrait qu'en brosse l'auteur Claude



Willard « *Dès l'abord extérieur, le personnage apparaît peu banal : grand, prodigieusement maigre, la peau du visage d'une blancheur maladive, des cheveux abondants et foncés, rejetés en arrière à la mode romantique ; une barbe prophétique ; sous un front immense et bombé, surmontés d'arcades sourcilières prononcées, des yeux de myope brillent d'un éclat vif derrière un binocle mal assujetti. Une démarche raide, avec un mouvement saccadé des bras et des jambes.* » Presque toujours malade, souvent proche de la misère, il a de l'apôtre le désintéressement et l'optimisme abstrait, l'enthousiasme contagieux, le courage personnel, la véhémence.

En dessous l'intitulé commercial, des instruments de gnomoniques et une palette de peintre. Le noir, le blanc et le gris dominant sur la table du cadran. Le noir profond retenu de la silhouette sévère de Guesde n'a d'égal que sa lumière interne qui l'anime toute dévouée à la défense du peuple opprimé et à la création d'une société nouvelle. Le cadran solaire symbolise cette lumière porteuse d'espoir et d'égalité.

De la nuit et de la lumière, du noir et du blanc, jaillissent les passions, les espérances

et ... la couleur.

° Bref historique : En 1867, Jules basile alors fonctionnaire impérial, démissionne de son poste pour se plonger à 22 ans dans le journalisme. Il prendra le nom de jeune fille de sa mère née Guesde pour signer ses articles de journaliste républicain sous l'empire et pour ne pas nuire à l'institution paternelle. C'est sous ce nom là qu'il tracera sa formidable carrière politique. Il reste pour l'histoire, le Père du socialisme Français, le fondateur du premier parti ouvrier de France.

Les propos et les dessins sont tirés de la biographie de « Jules Guesde l'apôtre et la loi » par Claude Willard (D.Benoit).

### - de Virginie Moruzzy Six et Emmanuel Six

Les dernières réalisations de "Pierres de Rosette" à 83340 Le Thoronet :

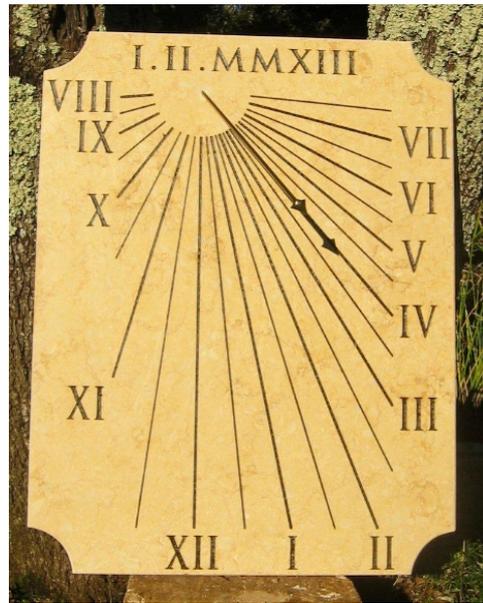


▲ Cadran Bertrands ▲

- ° Caractéristiques :
  - Φ = 43° 26' 14" Nord
  - λ = 6° 22' 04" Est
- ° Orientation de la façade : 188.6°
- ° Adresse : 7150 Hameau des Bertrands 83340 Le Thoronet.
- ° Dimensions : 80 x 90 x 3 cm
- ° Brève description : cadran vertical, indique l'heure solaire, courbe en 8 sur la ligne de midi.
- ° Devise : Que le temps soit avec toi.

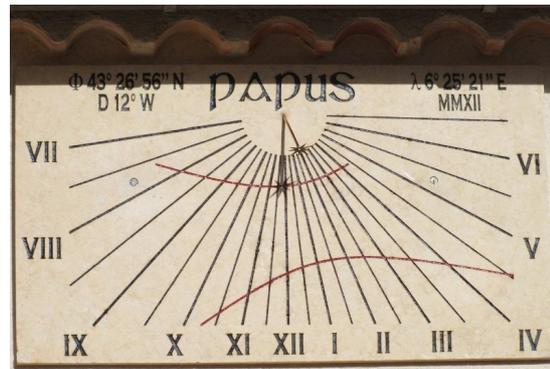
► Cadran Taradeau ►

- ° Caractéristiques :
  - Φ = 43° 26' 56" Nord
  - λ = 6° 25' 21" Est
- ° Orientation de la façade : 192.4°
- ° Adresse : 22 Montée des Castellanets 83460 Taradeau.

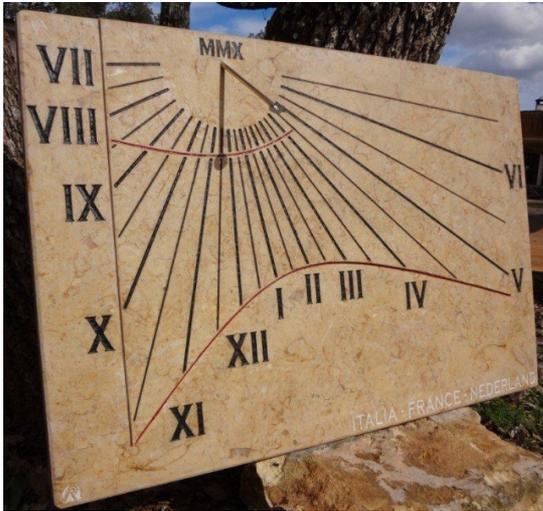


▲ Cadran Cotignac

- ° Caractéristiques :
  - Φ = 43° 31' 54" Nord
  - λ = 6° 8' 48" Est
- ° Orientation de la façade : 215,3°
- ° Adresse : D13 ; 83570 Cotignac.
- ° Dimensions : 80 x 60 x 2 cm
- ° Brève description : cadran vertical, indique l'heure solaire.



- ° Dimensions : 100 x 58 x 2 cm.
- ° Brève description : cadran vertical, indique l'heure solaire, 2 arcs diurnes (le 11 mai et le 21 décembre).
- ° Devise : Papus.



#### ◀ Cadran la Destrousse

- ° Caractéristiques :
  - $\Phi = 43^{\circ} 23' 08''$  Nord
  - $\lambda = 5^{\circ} 35' 02''$  Est
- ° Orientation de la façade :  $196.0^{\circ}$
- ° Adresse : 30 chemin de la Tuilière  
13112 La Destrousse.
- ° Dimensions : 80 x 55 x 3 cm
- ° Brève description : cadran vertical, indique l'heure solaire, 2 arcs diurnes (le 21 juin et le 21 décembre)
- ° Devise : ITALIA – FRANCE – NEDERLAND

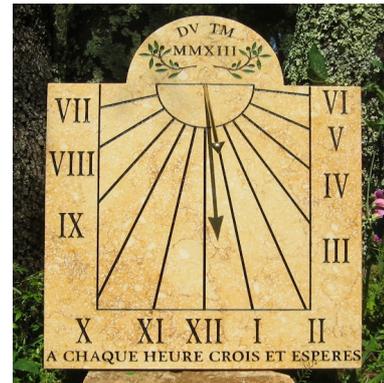
#### Cadran de Néoules ▶

Brève description : cadran vertical, indique l'heure solaire

Caractéristiques : Latitude :  $\Phi = 43^{\circ} 18' 26''$  Nord,  
Longitude :  $\lambda = 6^{\circ} 0' 48''$  Est

Orientation de la façade :  $186.5^{\circ}$

Adresse : 160 Chemin des Bousquetiers 83136 NEOULES  
Dimensions : 48 x 60 x 2 cm



#### - de Claude Gahon, le Solaranthurium

« Non je ne me suis pas mis au latin, mais les fleurs



ont des noms bizarres, qui plus est, quand elles ont d'autres fonctions que celles de décorer ou parfumer l'espace. Voici donc "Solaranthurium", le résultat de ma dernière manipulation génétique par greffe d'un cadran sur cette belle plante qu'est l'Anthurium.



Vous y reconnaîtrez assez vite que chaque inflorescence est un mini cadran horizontal.

Le "spadice", cette partie jaune, joue le rôle de style et porte un nombre correspondant à une heure ronde.

La "spathe" ou partie rouge en forme de feuille, est la table et ne concerne qu'une seule ligne horaire.

Quand l'ombre d'un spadice passe par la pointe de la spathe, il est exactement l'heure marquée sur le spadice. L'heure suivante se lira, de la même façon, sur une autre "fleur".

Les feuilles vertes ne sont là que pour compléter l'illusion de la plante réelle.

Pour une idée des dimensions : hauteur totale environ 65cm et diamètre idem.

Vos commentaires seront appréciés ».

### - de Claude Gahon, la lune solaire

Qui a dit que le soleil ratait son rendez-vous avec la lune ? Eh bien j'ai concrétisé cette rencontre en créant "Lune solaire" dont je vous envoie quelques photos.

Une plaque d'aluminium et quelques balles de ping-pong ont suffi pour cette réalisation. Chaque balle-soleil correspond à une heure repérée par un nombre gravé sur la plaque-lune.

Chaque balle-soleil est percée de 2 trous diamétralement opposés. Le soleil passant au travers d'un trou va produire une tache lumineuse à l'intérieur de la balle mais perceptible à l'extérieur à cause de la translucidité.

Il suffit de suivre la trace de cette tache pour estimer l'heure. L'heure ronde est atteinte quand la tache est juste sur la ligne constituée par la jonction des 2 hémisphères de chaque balle. La balle est positionnée pour que cette ligne et le trou soient dans un plan horaire.



Photo 1



Photo 2

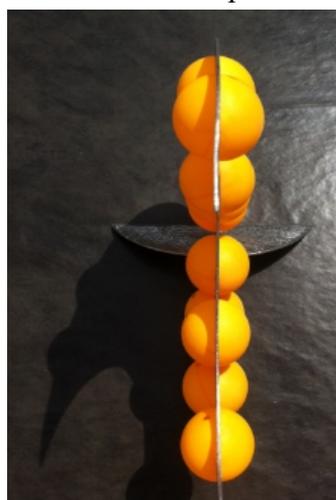


Photo 3



Photo 4

On aura compris que le deuxième trou, diamétralement opposé, va servir à indiquer l'heure décalée de 12h, chaque balle-soleil joue donc un double rôle et permet ainsi d'en limiter le nombre.

Coté Est de la plaque-lune on lit donc les heures de l'après-midi, les heures avant midi se lisent par conséquent coté Ouest.

Mais dans tout cela il n'y a que 11 balles-soleil, il manque

alors 2 heures théoriques, en l'occurrence 12h (midi)/24h (minuit). C'est la plaque-lune qui répond à la question, on lira Midi quand l'ombre de la plaque-lune sera la plus étroite possible.

J'espère avoir été assez clair dans mes explications, les photos jointes illustrent tout cela, en particulier sur la photo 4 on voit les taches lumineuses sur deux balles-soleil en même temps et de part et d'autre de la "ligne" décrite ci-dessus. On interprète ainsi: il est un peu plus de 13h (solaire) sur une balle et pas encore 14h sur l'autre balle.

Aux équinoxes, et si ma construction est correcte, la tache d'un trou passera exactement dans le trou opposé. Étonnant non !!!!

### - de Pierre Joseph Dallet, "La buse"

Ce cadran réalisé à partir d'une idée de Gérard Baillet et de ses formules. Le tracé est à l'intérieur d'un cylindre



Il s'agit d'un Cadran sans style. Les lignes de temps vrai sont des lignes courbes gravées dans la cavité du cylindre, lorsque la ligne limite «Zone à l'ombre/Zone ensoleillée» est tangente à la convexité d'une ligne d'heure, l'indication de l'heure est obtenue.

### - de Pierre Joseph Dallet, cadran d'heures de Nuremberg.



Cadran à style ponctuel, déclinant du matin de 45° donnant les heures temporaires de Nuremberg.

Les lignes de fin d'heures sont des segments de droites entre chaque ligne de changement d'heure. Pour que le cadran soit lisible chaque ligne possède sa propre couleur (à rapprocher de l'arc en ciel) :  
Fin de la 1ère heure : violet. Fin de la 2e heure : bleu. Fin de la 3e heure : vert. Fin de la 4e heure : jaune. Fin de la 5e heure ; orange. Fin de la 6e heure : rouge. Fin de la 7e heure ; noire.

« La réalisation est mauvaise en raison de la vue défectueuse du réalisateur » (Dallet P.J)

⇒ Dans la version numérique, vous trouverez en annexexe dans le dossier "CS\_PJ Dallet comprenant :

- ° La fiche technique n° 83 du cadran "Buse".
- ° La fiche technique n° 84 du cadran des heures de Nuremberg."
- ° Mode de vérification des deux cadrans.

Pour en savoir plus sur les heures de Nuremberg : *Cadran Info* n° 8, n° 17, n° 24, site :

[http://de.wikipedia.org/wiki/N%C3%BCrnberger\\_Uhr](http://de.wikipedia.org/wiki/N%C3%BCrnberger_Uhr)



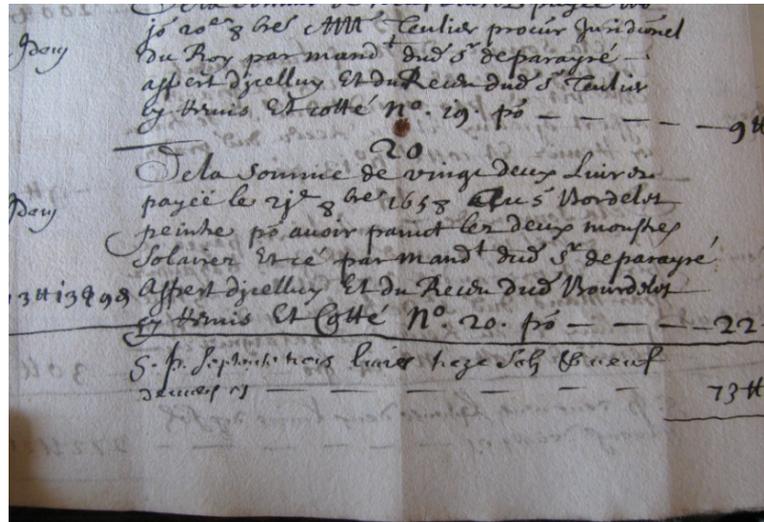
° **Informations diverses**

**- Coût des cadrans de Sainte-Cécile**

« Didier Benoit vient de recevoir d'un chercheur historien un extrait des comptes du chapitre de la cathédrale d'Albi.

Il y est question d'un règlement pour la réalisation des "deux monstres solaires" de la cathédrale Sainte Cécile. Le coût est peu élevé : 22 livres. Le millésime confirme la date portée sur les cadrans soit 1658.

Le nom du peintre Bordelet nous est connu dans l'Albigeois pour avoir peint les armories du consulat.



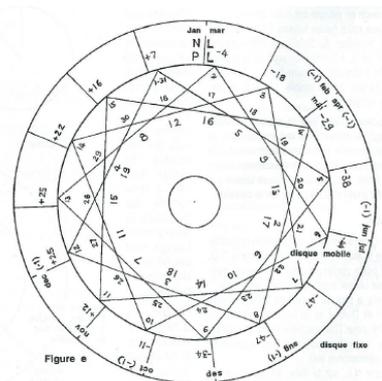
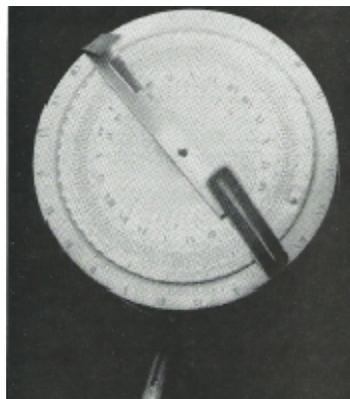
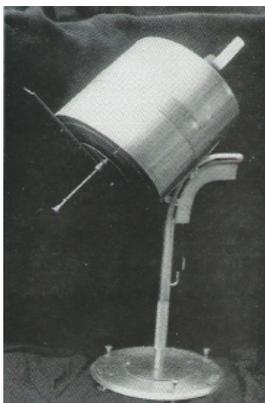
Bordelet a-t-il la double fonction de peintre et de cadranier? ou est il seulement l'exécuteur d'un travail réfléchi par une autre personne? à suivre ».

Concernant les cadrans de la cathédrale Sainte-Cécile d'Albi, lire "Albi : Cathédrale et palais de la Berbie" dans *Cadran Info* n° 15 page 8.

**- Articles sur les cadrans à marées**

Dans l'article de Joël Robic concernant la réalisation d'un cadran à marées (réf *Cadran Info* n° 14 et site <http://www.cadrans-solaires.fr/cadran-mar%E9es.html> ), il est fait mention d'écrits concernant ce type de cadran publiés dans :

- ° *l'Astronomie* d'octobre 1983 (Joseph Hourrière).
- ° *Jeune Marine*, Juillet - Août et Septembre - Octobre 1994 (Denis Schneider)



Comment se les procurer?

Dans l'annexe de notre revue en version numérique, vous trouverez :

- ° Une numérisation re-formalisée de l'article de J. Hourrière.
- ° Avec l'accord de D.Schneider et de la revue, l'intégralité de l'étude de 1994.

° Un article du même auteur, publié dans le bulletin de la British Sundial Society numéro 92.2 de juin 1992 : "A tidal dial" (avec l'accord de la BBS).

⇒  **Dans la version numérique, vous trouverez dans le dossier "cs de marée", en annexe :**

- ° CS de Clairemont Astronomie oct 1983.pdf
- ° Cs de marées\_D. Schneider\_Jeune Marine 1994.pdf
- ° Cs de marées\_D.Schneider\_BSS 1992.pdf

### - Cadran-cadeau de Serge Malassinet !

« Pour offrir, je réalise de temps en temps, des cadrans horizontaux personnalisés. Ils sont personnalisés car :

° Je les réalise au format A.4 et j'utilise comme fond, une image qui m'a été communiquée par celui ou celle à qui il est destiné. J'imprime le tracé sur l'image choisie, et je la colle sur une plaque de PVC. C'est un matériau qui se déforme très peu au soleil.

° Sur le style, également en PVC est fixée une petite boule qui projette son ombre sur une courbe diurne correspondant à une date d'un anniversaire, d'une fête ou événement spécifique.

Les calculs sont réalisés avec le logiciel "Shadows". Un petit niveau à bulle permet de positionner horizontalement le cadran. Au global, il y a moins de 12 € de fourniture.

Je m'aperçois que c'est un cadeau très apprécié».



### ° Courriers gnomoniques

#### - Quel est ce cadran ?

Joël Mahé écrit : « Après l'astrolabe, voici mes problèmes concernant divers cadrans solaires dont j'ai fait l'acquisition au cours de différents voyages ou d'achats dans une brocante parisienne comme celui que je vous propose maintenant.

C'est un cadran portable de voyage, d'assez grande taille, le cercle fait 17cm de diamètre à la gravure soignée. Il a vocation scientifique évidente car il possède un niveau et des pieds réglables, une boussole de grand diamètre ... permettant la précision des mesures. Cependant, je n'en comprend pas l'usage. C'est pourtant un type de cadran que l'on trouve couramment en reproduction de plus petite taille.

La possibilité d'incliner un cercle qu'on aurait pu penser équatorial se trouve en contradiction avec le tracé des lignes horaires qui ne correspondent pas à une table équatoriale; le style, disposé sub-horizontalement, me complique encore les choses...

J'aimerais comprendre le fonctionnement de ce cadran, certainement classique ».

Réponse de Gérard Oudenot : je possède le même cadran que vous (bien que de taille plus modeste : 9,2 cm de diamètre).

C'est un cadran dit "universel", qui utilise un cadran horizontal comme référence.

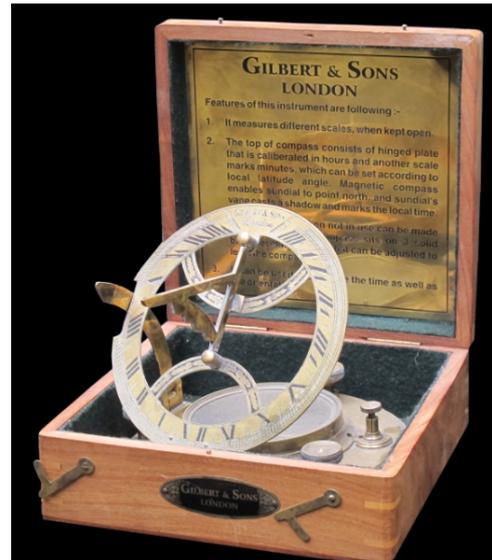
Lorsqu'il est en position horizontale, on peut lire sur l'échelle graduée en latitude 53 ou 54 degrés, ce qui correspond à l'inclinaison du style qui est d'environ 53°.

Remarquons que malgré sa belle finition, ce cadran n'est pas très précis. Par exemple, l'extrémité du style devrait arriver au niveau de la table (le cercle) sur la ligne VI heures, VI heures, ce qui n'est pas le cas.

Ce qui m'amène à conclure que ce cadran était un bel objet à placer sur un bureau, peut-être à vocation pédagogique, mais sans véritable intérêt pratique.

Pour l'utiliser, il suffit connaissant sa latitude de placer le cercle à la valeur de la latitude sur l'échelle graduée.

Bien cordialement



### - Obliquité moyenne ou vraie?

Sur le tableau du site AstroClock\*, est donnée la valeur de la "Mean Obliquity of the Ecliptic" et la valeur de la "True Obliquity...", quelle est la différence entre ces deux obliquités, demande notre collègue Joseph Theubet.

Réponse de Denis Savoie : La différence entre obliquité moyenne et obliquité vraie est due à la nutation en obliquité, qui traduit les perturbations du mouvement du pôle.

Pour simplifier, l'obliquité diminue d'environ 46" par siècle, terme principal dû aux perturbations planétaires. A cela s'ajoute les termes de nutation, dus à la Lune, de période 18,6 ans. La nutation en obliquité (max ± 9"), ajoutée à l'obliquité moyenne (23° 26' et quelques secondes) donne l'obliquité vraie.

\* Cette montre astronomique, présentée sous forme de tableau donne en fonction de la date et du lieu des informations comme : les divers temps (atomique, universel, stellaire, vrai...) les obliquités, l'angle de rotation de la terre, etc.

### - Origine de la devise de "La Grande Bretèche" ?

Mme L.Besson de la Société des Amis de Balzac 3 place A. Malraux 37540 Saint-Cyr-sur-Loire nous écrit.

« Dans sa nouvelle *La Grande Bretèche*, Balzac a apposé sur la maison ainsi nommée un cadran solaire vertical portant l'inscription ULTIMAM COGITA. D'où tenait-il cette formule ? Jusqu'à présent, les recherches entreprises à Saint-Cyr où il a passé l'été 1830, à Vendôme où il fut élève pendant sept ans et qu'il a choisi comme cadre de son récit, n'ont rien donné.

Dans *The Book of cadrans solaires*, Mme (?) Alfred Gatty signale qu'elle se trouve (se trouvait ?) sur l'ancien château de Vendôme (n° 1481 du répertoire). Or, l'Association du Patrimoine de Vendôme n'a rien relevé de tel.

Balzac l'aurait-il remarquée ailleurs, au cours de ses voyages à travers la France ?  
J'ai pensé que vous pourriez me renseigner, ou du moins me mettre sur une piste.  
Veuillez agréer, Monsieur, mes salutations distinguées ».

Réponses :

1- De Denis Schneider et M. Christian Raibaut .

a) Pour la recherche de l'origine de la locution latine et où Balzac l'a-t-il relevée, j'ai trouvé une citation de "Ultimam Cogita" dans un livre dédié aux hommes vrais : "Des Aristocraties en général et spécialement" par Deyeux.

Hélas, l'auteur Théophile Deyeux (1789-1849) l'a publié en 1836, soit 5 ans après l'œuvre de Balzac, La citation, dans le volume 1, page 242 : "Le suzerain c'est l'aristocratie ; Raoul le peuple. Ultimam Cogita." Voici une piste pour les amis de Balzac peut-être oui, peut-être non ?

b) Article « La Grande Bretèche, quelques compléments à l'enquête d'Horace Bianchon » dans le bulletin de la Société d'archéologie, scientifique et littéraire du vendômois, 2001. Si cela n'explique pas l'origine, on comprend son existence dans la nouvelle balzacienne.



Illustration tirée de La Grande Bretèche (site Wikipédia)

2 - de Olivier Escuder

J'ai regardé dans les différentes bases de données sur les devises que j'ai en boîte et aucune ne mentionne une devise sous la forme "ULTIMAM COGITA" (soit, en français, "Pense (songe) à la (ta) dernière (heure)"). Rien dans les devises citées par les ouvrages anciens (mis à part l'ouvrage de Mme Alfred Gatty) et rien non plus sur les cadrans actuels de France.

Peut-être Balzac s'est-il inspiré d'un cadran disparu, qui aurait pu être sur l'ancien château de Vendôme, ou à côté, ou vu quelque part lors de ses voyages.

3- remarque de Paul Gagnaire

En demandant à Google "ULTIMAM COGITA", j'ai trouvé un cadran au Luxembourg, mais cela me paraît un peu loin pour la Touraine de Balzac. La Grande Bretèche était aussi un couvent de Tours.

Je continue de chercher, mais je suivrais volontiers Monsieur Escuder : Balzac était un romancier donc son imagination devait aller bon train.

En retour de madame L. Besson :

« Je vous remercie d'avoir bien voulu prendre en considération ma demande au sujet de la devise « ULTIMAM COGITA ». Veuillez remercier vos collaborateurs qui m'ont fait part de leurs recherches et leur transmettre ma réponse.

A l'intention de M. Gagnaire : il est peu probable que Balzac ait trouvé cette devise au Luxembourg où je ne crois pas qu'il soit jamais allé.

A l'intention de M. Escuder : la nomenclature de Mme Gatty a connu plusieurs éditions. Si elle est antérieure à 1837, peut-être Balzac l'a-t-il eue sous les yeux. Sinon, ce

pourrait être Mme Gatty qui, ayant lu *La Grande Bretèche* et se fiant à Balzac, l'aurait placée à Vendôme, et pourquoi pas au château ? A tout seigneur tout honneur.

A l'intention de MM. Schneider et Raibaut : leur proposition me semble intéressante. C'est seulement dans l'édition de 1837 que Balzac opte pour la formule « ULTIMAM COGITA » (la 3<sup>ème</sup> après « Nous le comptons pour le bonheur » sur le manuscrit, et « FUGIT HORA BREVIS » dans l'édition de 1832). Il était curieux de tous les sujets possibles, historiques, héraldiques, religieux, ésotériques... et peut avoir lu le livre de Théophile Deyeux. J'avoue que la phrase citée par MM. Schneider et Raibaut, ainsi que le titre de l'ouvrage me reste très mystérieuse. Quel lien faut-il faire entre l'aristocratie, le peuple et la devise ? De quoi traite l'auteur ?

A vrai dire, l'austérité de cette devise convient mieux à la cellule d'un moine – de quel couvent ? On a pensé à La Grande Chartreuse, que Balzac visita en septembre 1832. Mais, à mon avis, cette hypothèse est trop fragile. D'ailleurs, le directeur du musée de La Grande Chartreuse, qui a dressé, en 2011, un inventaire des sentences, n'a pas rencontré celle qui nous préoccupe. Peut-être se cache-t-elle dans quelque dictionnaire des devises ecclésiastiques ?

Croyez bien, Monsieur, que je vous informerai si j'ai le bonheur de trouver la solution de l'énigme.

Veillez agréer, ainsi que vos collaborateurs, mes sincères salutations.

Lucette Besson

⇒ Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :

Fichier "ultimam cogita.pdf", numérisation de la page 66 de "La Grande Breteche, quelques compléments à l'enquête d'Horace Bianchon" par Jean Martin- Demézil

Sur son site, notre collègue Michel Lalos, nous invite à "retrouver les cadrans solaires à travers la littérature" :

[http://michel.lalos.free.fr/cadrans\\_solaires/doc\\_cadrans/textes\\_cs/litterature\\_et\\_cs\\_19.html](http://michel.lalos.free.fr/cadrans_solaires/doc_cadrans/textes_cs/litterature_et_cs_19.html)

Pour figurer dans les rubriques **Informations diverses**, adressez vos photos et informations à Ph. Sauvageot [sauvageotph@wanadoo.fr](mailto:sauvageotph@wanadoo.fr)

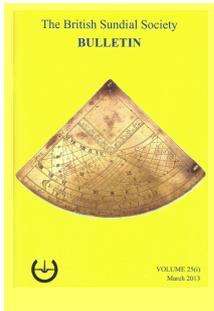


## ◦ Gnomonique du monde

- **Sommaires des dernières revues ou bulletins :**



**Arbeitsgruppe sonnenuhren im Österreichischen Astronomischen Verein N°44 Décembre 2012 (sur papier) de la GNOMONICAE SOCIETAS AUSTRIACA GSAD** Die Aalener Sonnenuhr 4 ; Die genaueste Sonnenuhr der Welt 6 ; Sonnenuhren auf Briefmarken 8 ; Weltraumtechnik in der Gnomonik 9 ; Zu Gast im Hause Löschner ; Zum Nachdenken - die Lösung 13 ; Besuch aus Japan 16 ; Jahrestagung der GSA 17.



**VOLUME 25 (ii) - Juin 2013** (sur papier) de la **BRITISH SUNDIAL SOCIETY**

1-Editorial; 2-The Arts of Urania — *Peter Drinkwater*; 5-Marton cum Grafton Mass Dial Found at Last — *Alan Cook*; 7-Pliny the Elder and Gnomonics — *John Lester*; 8-William Cuninghams 'Cosmographical Glasse' — *John Davis*; 10-Postcard Potpourri 26 - Château des Rochers-Sévigné, Vitré, France — *Peter Ransom*; 11-Readers' Letters — *Wood, Bateman*; 12-Romeo and Juliet - A proposal for a Shakespearean-themed Sundial — *Valery Dmitriev & Douglas Bateman*; 14- A New Dial for St George's Chapel, Windsor Castle —

*John Davis & David Harber*; 18- A Garden Heliochronometer (a mean-time horizontal dial) — *Martin Hogbin*; 23- The Cross or Crucifix Dial — *Mike Coxvham*; 28- Minutes of the 24th Annual BSS AGM, Edinburgh, 7 April 2013; 30- BSS Accounts, Year Ending 31 December 2012; 33-In the Footsteps of Thomas Ross. Pt. 5. The Fettes College Sundial — *Dennis Cowan*; 35-The Glassmount Sundials (and a palimpsest gnomon) — *Dennis Cowan*; 36-Beijing Sundials; 37-The Astronomical Function of the Marble Zodiac in the Florence Baptistry — *Simone Bartolini & Marco Pierozzi*; 41-Fry's Chocolate "Ancient Sundials" Cards — *John Davis*; 42- Erratic Numerals — *Tony Wood*; 44- Two Restorations of a Scrolled Gnomon — *Maciej Lose*; 48- A Trans-atlantic Sundial from a Hollandaise Source — *Tony Moss*; 52- BSS Conference, Edinburgh, 5-7 April 2013 — *Alastair Hunter*



**LE GNOMONISTE VOLUME XIX-4 DÉCEMBRE 2012** de la **COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC** à télécharger sur le site : ([HTTP://CADRANS SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/](http://CADRANS_SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/))

1 La première page avec photos 2 Liminaire (L: XIX-4) par André E. Bouchard 4 Les nouveaux cadrans du répertoire par la CCSQ (répertoire) .6 Un beau cadran de Charles Bloud (1653) par André E. Bouchard 13 Deux rencontres annuelles (Trois-Rivières et Paris) par Géraldine Grenen 17 Un cadran de Lac-Mégantic par Geneviève Massé 19 Les écrits en gnomonique (les revues) 20 Les cadrans en Belgique (un livre) 22 Guigues et sa mine de plomb par Jasmin Gauthier 24 Correspondance



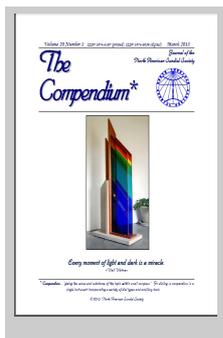
**LE GNOMONISTE VOLUME XX-1 MARS 2013** de la **COMMISSION DES CADRANS SOLAIRES DU QUEBEC** à télécharger sur le site : ([HTTP://CADRANS SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/](http://CADRANS_SOLAIRES.SCG.ULVAL.CA/))

2 Liminaire (L:XX-1, mars 2013) par André E. Bouchard 4 Au pays de l'argan par Jasmin Gauthier 6 Un beau cadran musulman du Moyen Âge par André E. Bouchard 13 Écrits en gnomonique internationale par G. Grenen 15 Un nouveau cadran à Québec par Michel Marchand 16 Correspondance 21 Un nouveau cadran horizontal spécial par Claude Naud, ing. Retr 23 La célébration du 20e anniversaire de la CCSQ par la rédaction.



**The COMPENDIUM vol 19-4 Décembre 2012** (sur CD) de la **NORTH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY**

Sundials for Starters – A Moving Earth Robert L. Kellogg 1 Quiz Answer: The Houseman's Trick Kosmala & Wieland 3 Quiz: Nicole's Meridian Fred Sawyer 5 Two Sundials In Nichephoros K. Kordosis et al. 6 The Meridian Instrument At Griffith Observatory II Bohannon & Norris 11 The Shimel-Hyams Sundial Robert Adzema 18 The Phenomenon Of Sunlight In Rose Windows Rafael Soler Gayà 20 A Ramp Walking Sundial Mac Oglesby 25 The Culmination Sundial Ortwin Feustel 26 Digital Bonus 36 Sharpen Your Knives Using The Science Of Sundials Bill Gottesman 37 Horizontal Layout 7 Fred Sawyer 39 The Tove's Nest 40



**The COMPENDIUM vol 20-1 Mars 2013** (sur CD) de la **NORTH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY**

Sundials for Starters – Art In Placing The Gnomon Robert L. Kellogg 1; Non Numero Nisi Serenas Gertrude Hoey 2 ; Parallel Time Peggy Gunella 3; A Reflective Reflected Sundial Silvio Magnani 11; Tracking Elihu Yale’s Sundial Fred Sawyer 16; Using The Sun To Survey Long Straight Lines Arthur L. Kaufman 19 ; Quiz Answer: Nicole’s Meridian Fred Sawyer 24; Digital Bonus 27; Sundial Plaza/Cranmer Park Endangered Colorado Preservation 27; An Hours To Sunset Vertical Analemmatic Sundial Mac Oglesby 28; Horizontal Layout 8 Alessandro Gunella 31; An EOT App For Android Platforms Don Snyder 32; The Tove’s Nest 34.



**The COMPENDIUM vol 20-2 Juin 2013** (sur CD) de la **NORTH AMERICAN SUNDIAL SOCIETY**

Sundials for Starters - Dials In The Landscape, Robert L. Kellogg 1; A Trans-Atlantic Sundial from a "Hollandaise Source", Tony Moss 4; Atmospheric Refraction And Sundials, Gianni Ferrari 9; A Mobile Gnomonic Tool For Android Devices, Gianpiero Casalegno 20; Sister Sundials Reunited In Peoiia. Illinois! Janies Ludwig 22; Digital Bonus 25; A Universal Sundial Presented By Johannes Gaupp, Helmut Sonderegger 26; The Sun-Dial, M’Cready Sykes 34; Sightings... hi The Desert, Peter Mantarakis 35; Ephemera - A Thank You Letter from William Cowper , Fred Sawyer 36; Horizontal Layout 9; Alessandro Gunella 37; The Tove’s Nest 38.



**La BUSCA de PAPER N° 73 Hiver 2012** (sur papier et CD) de la **Societat Catalana de Gnomonica SCG**

Editorial 3; Correus de socis i amies4; Aspetes gnomonics de la Catedral de València, *per F. Fons Laguna* 5; Miquel Palau i Claveras (Barcelona, 1901-1987), *per Eduard Farré...* 10 Incorporacions al fons documentai 12 ; Per a navegants 12 ; Poema “E1 Rellotge de Sol” de J. Brossa 13 ; Nadala, *per G. Mira* 13 ; Una cronologia de la Cronometria (XI), *per Eduard Farré* 14 ; Visita de la BSS a Catalunya, setembre 2012, *per C. Bou* 15 Benvingudes les col laboracions. Una guia ; 19 Rellotges de capell filtrant portàtils.

Mètode analitic de calcul, *per R. Soler* 20 ; Un rellotge de sol huma a la ciutadella de Roses, *per R. Raluy* 22 ; El rellotge de sol de la casa Pallarès-Pradells, *per V. Aragonès* 24 ; Textos en castellano 25 ; Els trossos del Matarranya, *imatges de P. Novella* 31



**SCAPPE N° 8 Hiver 2012** (sur papier ) du **Centre Mediterrani del Rellotge de Sol CMRS**

Editorial 3; Rellotge de sol horitzontal a Granollers4; Historia d’un rellotge de sol de vitrall a Uoret de Mar 8; Tempus Fugit 11; Escaphes, ais museus 12; Rellotges de sol de rajóla vidrada 13 ; Relojes de sol de baldosas vidriadas 16; La filatelia y la gnomónica VII 18; De molins, moliners i rellotges de sol 20; Ruta peí Girones i La Selva 24 ; Agenda - Resum d’activitats 28; Incorporacions al catàleg del CMRS 31.



**Zonnetijdingen 2013** (sur papier) de la **Zonnewijzerkring Vlaanderen VZW**

**N° 65 :** Wedstrijd Zonnewijzers van het jaar ; Een zonnewijzer geïnspireerd door een schaduwkunstenaar; De herderszonnewijzers (deel2); Maak zelf uw nocturlabium (deel 3) Magnetische zonnewijzers; Akoestische signalen bij tijdmetinginstrumenten; Bij de constructie van een equatoriale Zonnewijzers, Zonnewijzers in Vlaanderen. Kringleven.

**N° 66 :** Voorwoord; Het Zonnewijzerken in paper; Een bijzonder punt; Kathedralen en middaglijnen; de Hollandse Cirkel met zonnwijzer; Bij de constructie van een equatorillae zonnewijzer; De geschiedenis van de tijdvereffening; Kringleven



Toutes les sociétés gnomoniques étrangères peuvent faire paraître des informations dans cette rubrique.

**This heading is open at every gnomonic society.**

Pour utilisation personnelle, des articles peuvent être numérisés et envoyés à nos membres, par mails, téléchargement ou par courrier (Prix de la page au tarif de la SAF + frais d'envoi suivant poids.)



◦ **Articles à paraître dans le prochain Cadran Info**

***Déjà prévus pour le numéro de mai 2014 :***

- les cadrans bifilaires par D. Collin
- le décryptage des roses des vents et autres dans les cadrans solaires par J. Scordia
- des cadrans originaux par Cl. Gahon
- le cadran portatif de Barton par E.Daled
- réalisation d'un cadran par E. Mercier



***à vos plumes***

Informations arrêtées le 11 août 2013



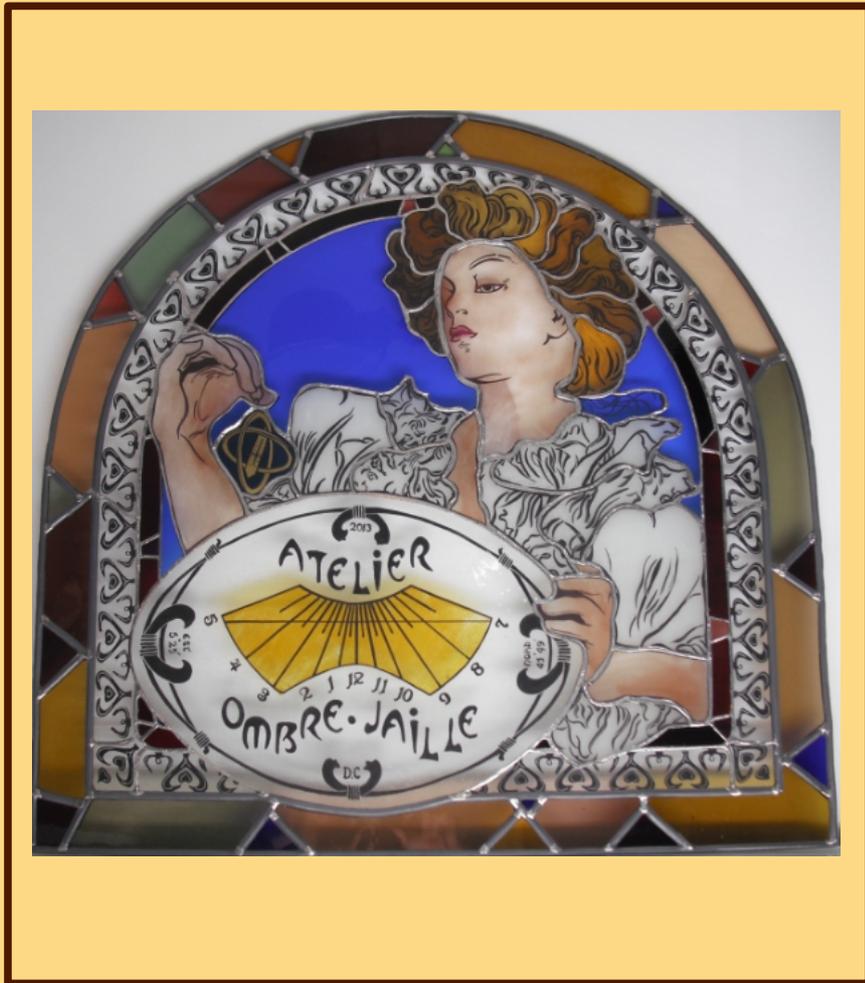


Photo de D. Cottier

Emblème sur vitrail de l'atelier  
de D.Cottier